

## プレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルによる 直流重畳下のヒステリシス解析

### Hysteresis Analysis under DC-Bias by using Magnetic Circuit Model Combined with Play Model

細野 雄也<sup>†</sup>, 羽根 吉紀, 中村 健二

東北大学 大学院工学研究科, 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11 (〒980-8579)

Y. Hosono, Y. Hane, K. Nakamura

Tohoku University, Graduate School of Engineering, 6-6-11 Aoba Aramaki Aoba-ku, Sendai, Miyagi 980-8579, Japan

Quantitative analysis of iron loss taking magnetic hysteresis behavior into account is essential to development of high-efficiency electric machines. In a previous paper, a novel magnetic circuit model combined with a play model which is one of the phenomenological models of magnetic hysteresis, was proposed. It was clear that the proposed model can calculate the hysteresis loop of the magnetic reactor in high speed and high accuracy. However, the calculation accuracy of dc-biased magnetic reactor has not been investigated. This paper discusses the calculation accuracy of dc-biased hysteresis loops by comparing with experimental results.

**Key words:** magnetic circuit model, play model, iron loss, hysteresis loop, dc-biased reactor

#### 1. はじめに

地球環境保全および省エネルギーの観点から、再生可能エネルギーや電気自動車などの普及拡大が期待されており、より高効率な電力変換システムの開発が望まれている。電力変換システムのさらなる高効率化のためには、システムの中に用いられているトランスやリアクトルなどの損失の定量的算定が必須であり、そのためには磁気ヒステリシスの高精度な模擬が必要不可欠である。

磁気ヒステリシスの表現手法は、主に物理モデルと現象論モデルに大別される。その中で、物理モデルの一つである Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程式を用いる手法は、磁性体内部の微小な磁化の挙動や分布まで表現可能であり、磁壁や磁気異方性、磁化同士の相互作用など、ミクロな磁気現象を詳細に模擬できる。しかしながら、解析モデルが大規模になるため、一般にトランスやリアクトルなどの解析には適用困難である。これに対して文献 1) では、磁壁を直接考慮しないなど、いくつかの仮定を設けることで、ケイ素鋼板の磁気ヒステリシスを表現する手法が提案されている。

先に筆者らは、上記文献 1) の手法を取り入れた磁気回路モデルを提案した<sup>2),3)</sup>。すなわち、直流ヒステリシスは文献 1) の LLG 方程式で表し、渦電流損および異常渦電流損は磁気回路の素子で表す。本モデルを用いることで、板厚の異なるケイ素鋼板およびアモルファス金属のヒステリシスループ、並びに鉄損を高精度に算定できることを明らかにした。ただし、LLG 方程式を用いる手法は、本質的にヒステリシスの計算に繰り返し収束演算が必須になるため、計算時間が長大化する問題があった。

この問題に対して、筆者らは現象論モデルの一つであるプレイモデル<sup>4)</sup>に着目した。一般にプレイモデルの導出には、最大磁束密度が異なる多数の直流ヒステリシスループの実測データが必要であり、これが実用上の大きなハードルであったが、筆者らは前述の LLG 方程式を用いて直流ヒステリシスループを算定することで、必要最小限の実測データからプレイモデルを導出できること

を見出した。また、このプレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルを構築し、計算時間を大幅に短縮できることを明らかにした<sup>5)</sup>。

上述した検討によって、従来は困難とされていた磁気ヒステリシスの高速かつ高精度な解析を、簡便な磁気回路モデルを用いて比較的容易に行うことが可能になった。本モデルはこれまで、正弦波励磁時の解析に用いられたほか、PWM 励磁時の表皮効果の影響まで考慮した解析への拡張<sup>6)</sup>、さらにはモータなど種々の機器への応用<sup>7),8)</sup>といった検討例も報告されている。しかしながら、電力変換システムに用いられる平滑用リアクトルなど、直流成分が重畳された磁気デバイスへの本モデルの適用は、未だ検討されていない。

そこで本稿では、プレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルを用いて直流重畳リアクトルの解析を行い、実測値と比較することより、提案手法の有用性について検討を行ったので報告する。

#### 2. プレイモデルを組み込んだ磁気回路モデル

Fig. 1 に、本稿での考察に用いたリングコアの形状・寸法を示す。プレイモデルは、Fig. 2 に示すように、幅の異なる複数のプレイヒステロンと形状関数を組み合わせることで、任意の磁気ヒステリシスを表現することができる。なお、一般にプレイモデルの導出には、最大磁束密度が異なる多数の直流ヒステリシスの実測データが必要になるが、本手法では文献 1) の LLG 方程式を用いて直流ヒステリシスを算定するため、必要最小限の実測データからプレイモデルを導出することができる。

Fig. 3 に、板厚 0.35 mm の無方向性ケイ素鋼板の直流ヒステリシスの実測値と、LLG 方程式を用いて計算した結果を示す。なお、実験においては、周波数  $f = 5$  Hz におけるヒステリシスループを直流ヒステリシスループとみなした。この図を見ると、LLG 方程式を用いた計算値と実測値は多少の誤差が認められるが、おおそ一致していることが了解される。次いで、Fig. 4 に LLG 方程式を用いて計算したプレイモデル導出用ヒステリシスループ群を示

す。この図のように、LLG方程式を用いることで、プレイモデルを導出するために必要な多数のヒステリシスループを実測せずに求めることができる。Fig. 5に、先に提案したプレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルを示す<sup>5)</sup>。本モデルにおいて、直流ヒステリシスはプレイモデルで表し、古典渦電流損および異常渦電流損は磁気回路の素子で表す。ここで、磁気回路モデルの回路素子のパラメータ $\gamma_1$ は、古典渦電流理論に基づき、導電率 $\sigma$ 、板厚 $d$ を用いて、次式で与えられる。

$$\gamma_1 = \frac{\sigma d^2}{12} \quad (1)$$

ここでは $\gamma_1 = 0.0270$ である。一方、 $\gamma_2$ は、Fig. 6に示すように実測した材料の高周波鉄損曲線を、次式を用いて最小二乗法で近似することによって求めることができる<sup>9)</sup>。ここでは $\gamma_2 = 0.2287$ である。

$$\frac{W_i}{f} = \text{const.} + \frac{2\pi^2 \gamma_1 B_m^2}{q_i} f + 8.763 \frac{\gamma_2 B_m^{1.5}}{q_i} f^{0.5} \quad (2)$$

なお、 $B_m$ は最大磁束密度、 $q_i$ は材料の質量密度である。

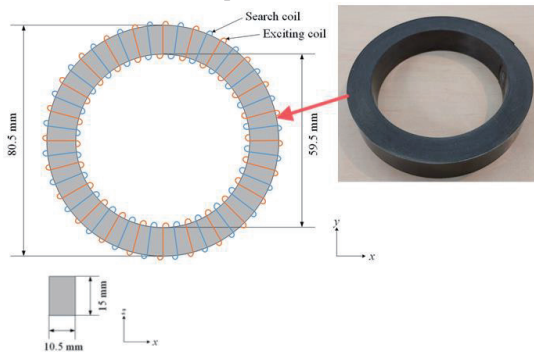


Fig. 1 Shape and dimensions of the ring core.

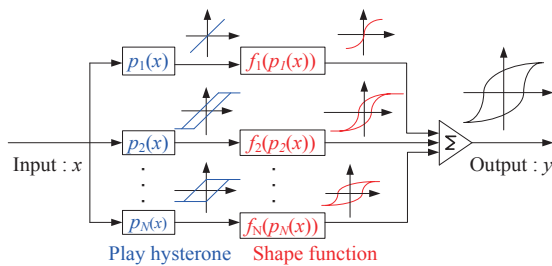


Fig. 2 Schematic diagram of play model.

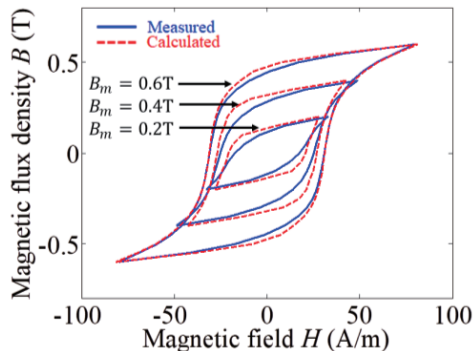


Fig. 3 Measured and calculated dc hysteresis of non-oriented silicon with a thickness of 0.35 mm.

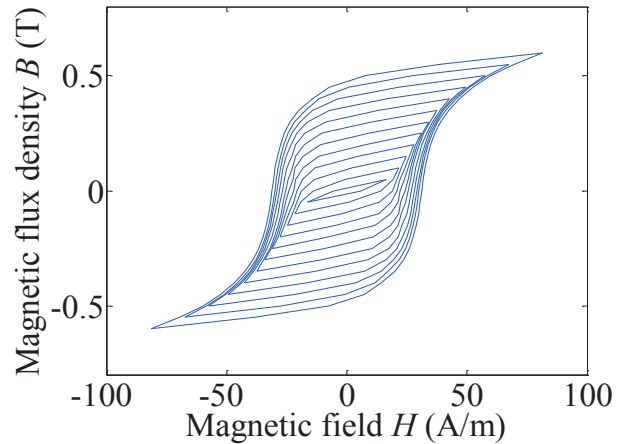


Fig. 4 Calculated dc hysteresis loops of the non-oriented silicon steel with a thickness of 0.35 mm from  $B_m = 0.05$  T to 0.6 T at intervals of 0.05 T.

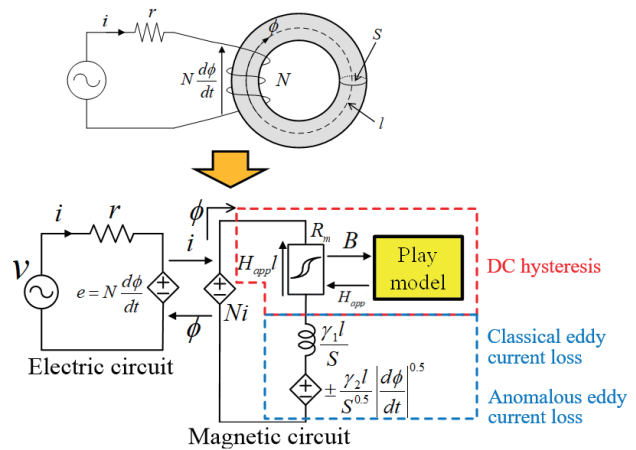


Fig. 5 Magnetic circuit model combined with play model.

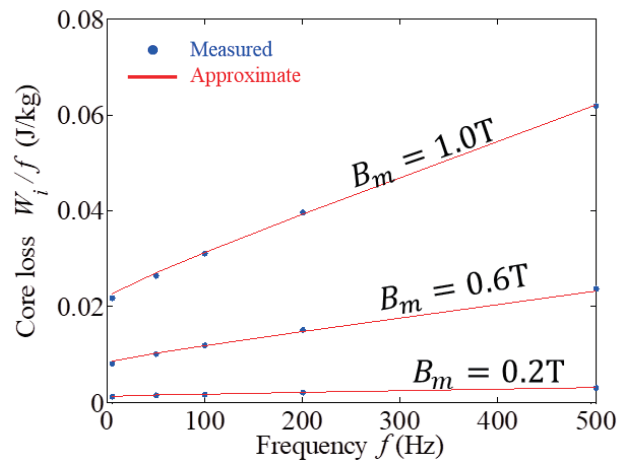


Fig. 6  $W_i / f - f$  curves and their approximate lines of non-oriented silicon steel with a thickness of 0.35 mm.

### 3. LLG 方程式から導出したプレイモデルを用いた直流重畳下のヒステリシス解析

本章では、LLG 方程式から導出したプレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルを用いて、直流成分が重畳された場合のヒステリシスループを算出し、実測値との比較検討を行う。

Fig. 7 に、直流重畳時のヒステリシスループの模式図を示す。図中の  $H_{dc}$  は磁界の直流成分、 $B_{dc}$  は  $H_{dc}$  に対応する磁束密度、 $B_m$  はヒステリシスループにおける最大磁束密度である。同図からわかるように、直流が重畳されたヒステリシスループは非対称に歪んだ形状になる。本稿では最大磁束密度  $B_m = 0.6$  T 一定とし、周波数を  $f = 5$  Hz ~ 200 Hz、磁界の直流成分を  $H_{dc} = 0 \sim 40$  A/m と、種々変えた場合のヒステリシスループの計算値と実測値の比較を行った。

Fig. 8 に測定に用いる実験回路の構成を示す。励磁コイルの巻数、サーチコイルの巻数ともに  $N_1 = N_s = 150$  turns とした。磁界  $H$  と磁束密度の変化分  $\Delta B$  は次式から求めた。なお、磁束密度の直流分は、本実験系では測定できないため、Fig. 9 以降のヒステリシスループの実測値は、最大磁束密度を計算値に合わせる形で示している。

$$H = \frac{N_e i}{l} \quad (3)$$

$$\Delta B = \frac{1}{N_s S} \int v_s dt \quad (4)$$

Fig. 9 に、直流重畳時のヒステリシスループの計算値と実測値の比較を示す。これらの図を見ると、ループの形状は、おおよそ模擬できていることがわかる。しかし、上昇曲線には誤差があり、実測値よりも下側に出ていることがわかる。

Fig. 10 に、 $f = 50$  Hz、 $H_{dc} = 20$  A/m のヒステリシスループの拡大図を示す。この図を見ると、上昇曲線に加え、下降曲線においても、誤差が生じていることがわかる。

LLG 方程式よりプレイモデル導出用ヒステリシスループ群を算出する方法では、ヒステリシスループの実測が必要最低限で良いといった利点があるが、LLG 方程式自体の誤差の影響を受けるといった欠点がある。よって、誤差の原因を検討する際、LLG 方程式による影響であるのか、プレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルによる影響であるのかの切り分けが難しい。そこで次章では、ヒステリシスループ群を実測し、そこから導出したプレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルにて、再度計算を行い、実測値と比較することにより、誤差の原因を検討する。

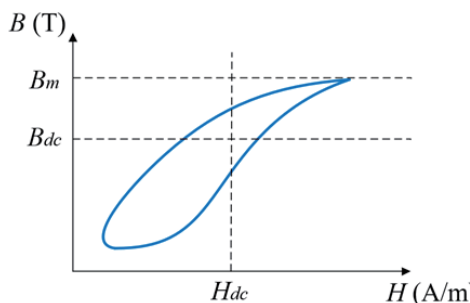


Fig. 7 Schematic diagram of dc-biased hysteresis loop.

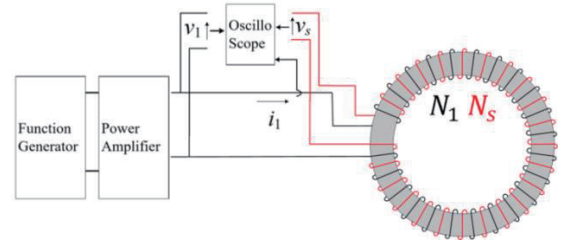
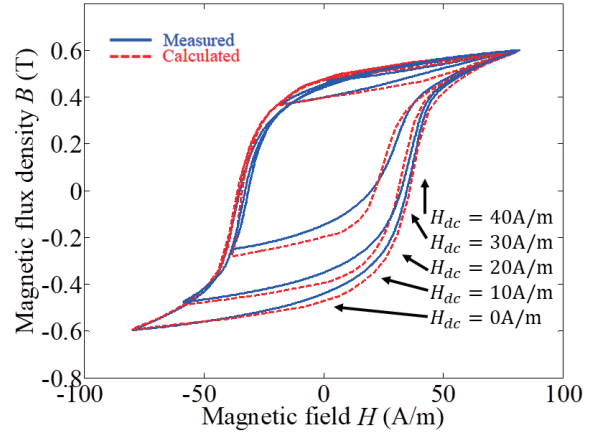
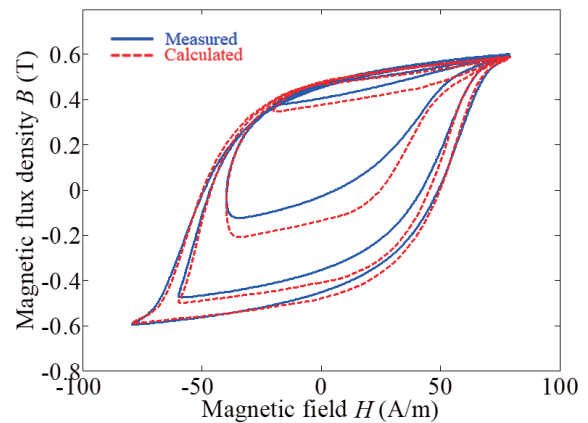


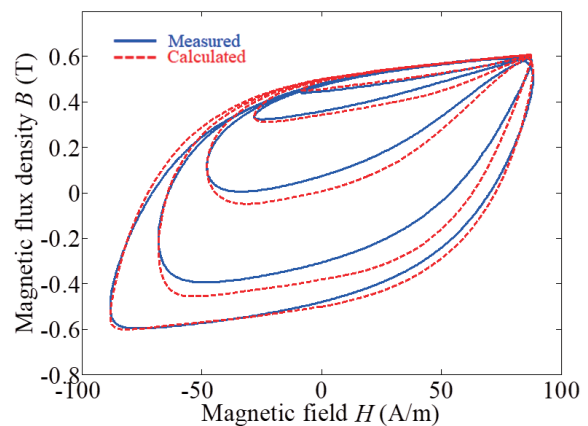
Fig. 8 Experimental circuit.



(a)  $f = 5$  Hz



(b)  $f = 50$  Hz



(c)  $f = 200$  Hz

Fig. 9 Comparison of calculated and measured dc-biased hysteresis loops when the play model is derived from LLG equation.

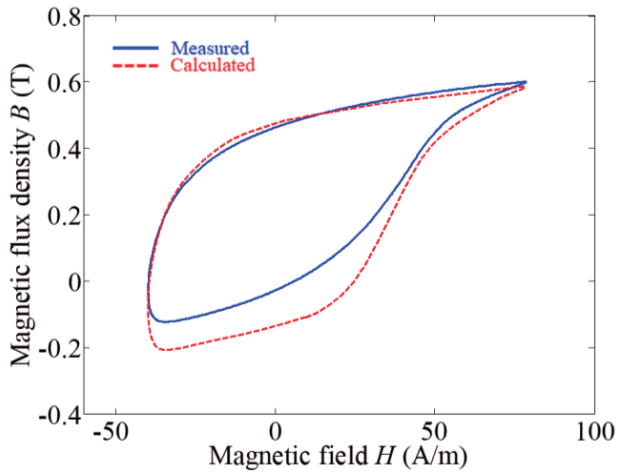


Fig. 10 Enlarged view of hysteresis loops at  $f=50$  Hz,  $H_{dc}=20$  A/m.

#### 4. 実測ヒステリシスループから導出したプレイモデルを用いた直流重畳下のヒステリシス解析

##### 4.1 プレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルの解析結果

本節では、実測したヒステリシスループ群から導出したプレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルを用いた場合の算定精度の検討を行う。LLG 方程式を用いないことにより、プレイモデルを組み込んだ磁気回路モデル自体の精度を検証することができる。

Fig. 11 に、直流重畳時のヒステリシスループの計算値と実測値の比較を示す。これらの図を見ると、ループの形状は、Fig. 9 に示した LLG 方程式を用いた場合と比較して、全体的により良好に模擬できていることがわかる。

Fig. 12 に、 $f=50$  Hz,  $H_{dc}=20$  A/m のヒステリシスループの拡大図を示す。この図と Fig. 10 を比較すると、下降曲線の算定精度は向上したが、上昇曲線には未だ誤差があることがわかる。

以上より、LLG 方程式の誤差の影響により、全体的に精度が悪化していることが明らかになった。特に下降曲線の誤差については、実測値を用いたプレイモデルの場合ではほぼ解消されたことから、LLG 方程式が原因であったことがわかる。しかし、上昇曲線の誤差に関してはあまり変化が無いことから、LLG 方程式が原因ではないことがわかる。よって、プレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルのより詳細な精度検証が必要である。ここで、2章で述べたように、プレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルは、直流ヒステリシス、古典渦電流、異常渦電流の影響をすべて同時に考慮されるため、誤差要因の切り分けが難しい。そこで次節では、プレイモデルのみを用いて直流ヒステリシスループを算出することで、プレイモデル単体の精度を検証する。

##### 4.2 プレイモデルのみを使用した場合の解析結果

本節では、プレイモデル単体の精度について検証する。なお、プレイモデル単体では、直流ヒステリシスしか模擬することができないため、 $f=5$  Hz のヒステリシスループについて、実測値との比較を行った。

Fig. 13 に、 $B_m=0.6$  T かつ周波数  $f=5$  Hz 一定とし、磁界の直

流成分を  $H_{dc}=0\sim 40$  A/m と、種々変えた場合のヒステリシスループの計算値と実測値の比較を示す。また、Fig. 14 に、 $f=5$  Hz,  $H_{dc}=20$  A/m のヒステリシスループの拡大図を示す。この図を見ると、精度が全体的に向上したことがわかる。すなわち、上昇曲線の誤差の主たる原因は渦電流損と異常渦電流損の模擬に由来することが明らかになった。残存する誤差に関しては、プレイモデル由来であることが考えられる。なお、Fig. 13 の  $H_{dc}=0$  A/m のヒステリシスループにおいて、計算値と実測値の間に若干の誤差が生じているのは、実験における励磁波形が完全な正弦波ではなく、高調波成分が重畳していることが原因と考えられる。

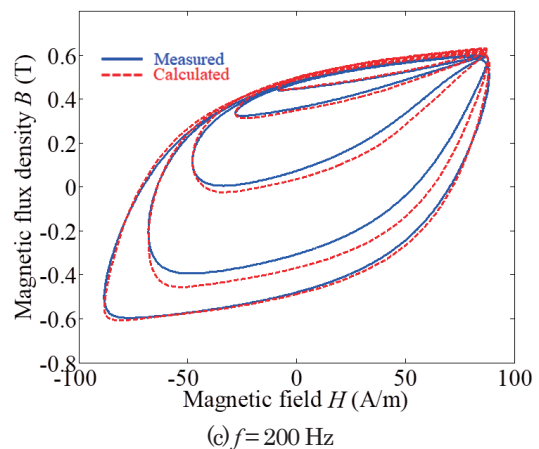
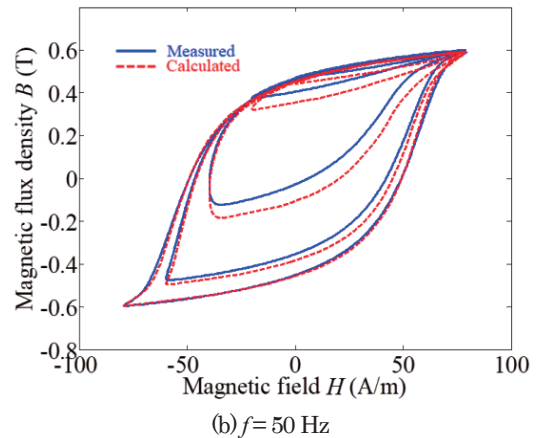
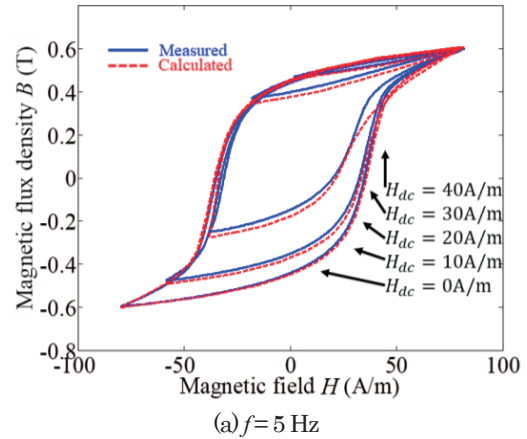


Fig. 11 Comparison of calculated and measured dc-biased hysteresis loops when the play model is derived from measured hysteresis loops.



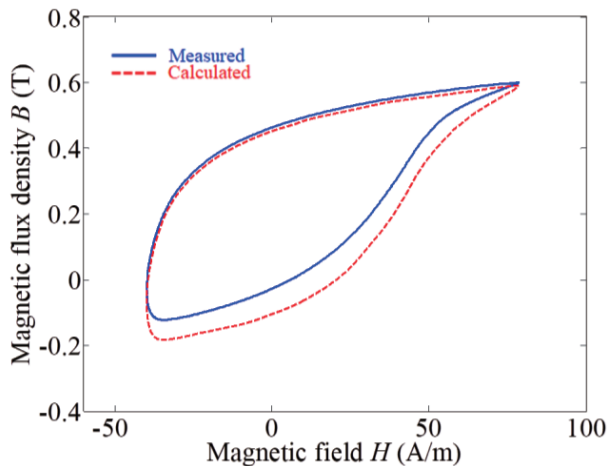


Fig. 12 Enlarged view of hysteresis loops at  $f=50$  Hz,  $H_{dc}=20$  A/m.

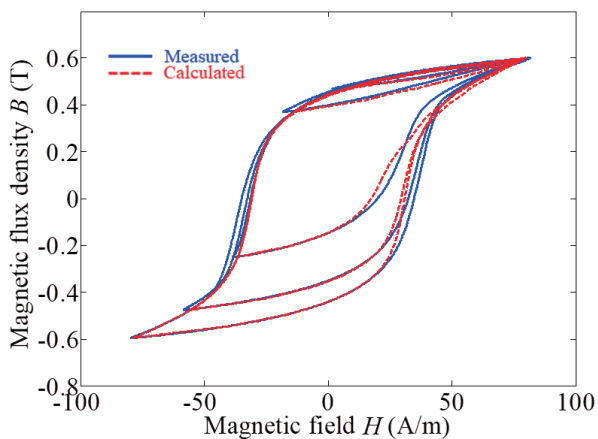


Fig. 13 Comparison of calculated and measured dc-biased hysteresis loops at  $f=5$  Hz when the calculated values are obtained only from the play model.

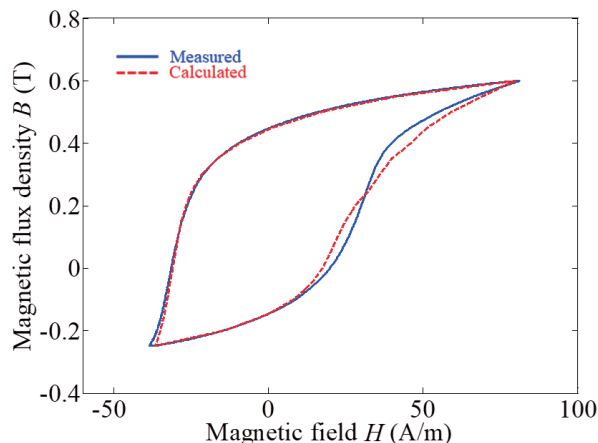


Fig. 14 Enlarged view of hysteresis loop calculated by only using the play model at  $f=5$  Hz,  $H_{dc}=20$  A/m.

#### 4. まとめ

以上、本稿では、直流成分が重畳された磁気デバイスのヒステリシスループを高精度に算定可能な手法の確立を目的として、プレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルの適用可能性について、実測値との比較検証を行った。

その結果、直流成分が重畳された場合に関しても、提案手法を用いることで、ヒステリシスループを概略模擬可能であることが明らかになった。また、LLG方程式を用いてプレイモデルを導出した場合は、ヒステリシスループ群を測定しなくて良い利点があるが、LLG方程式の計算誤差の影響を受け、ヒステリシスループの算定精度が悪化することも明らかとなった。

また、これに対して、実測値を用いてプレイモデルを導出した場合は、全体的に算定精度は良くなるが、上昇曲線の精度はあまり改善されず、その原因が渦電流損と異常渦電流損の模擬に起因することも明らかとなった。

今後は、渦電流損と異常渦電流損の算定精度向上に関して検討を行う予定である。

**謝辞** 本研究の一部は、特別研究員奨励費 (JP19J20572) の交付を得て行った。

#### References

- 1) A. Furuya, J. Fujisaki, Y. Uehara, K. Shimizu, H. Oshima, Y. Murakami, and N. Takahashi, *The Papers of Joint Technical Meeting on "Static Apparatus" and "Rotating Machinery"*, *IEE Japan*, SA-13-6, RM-13-6 (2013) (in Japanese).
- 2) H. Tanaka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, *J. IEEJ. A*, **134**, 243 (2014) (in Japanese).
- 3) H. Tanaka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, *J. Magn. Soc. Jpn.*, **39**, 65 (2015).
- 4) S. Bobbio, G. Miano, C. Serpico and C. Visone, *IEEE Trans. Magn.* **33**, 4417 (1997).
- 5) H. Tanaka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, *Journal of Physics: Conference Series*, **903**, 012047 (2017).
- 6) Y. Hane and K. Nakamura, *IEEE Trans. Magn.*, **56**, 7300704 (2020).
- 7) Y. Hane and K. Nakamura, *Proceedings of 2018 IEEE International Magnetism Conference (INTERMAG2018)*, 1800038 (2018).
- 8) Y. Hane, K. Nakamura, T. Ohinata, and K. Arimatsu, *IEEE Trans. Magn.*, **55**, 8401306 (2019).
- 9) K. Fujita, K. Nakamura, and O. Ichinokura, *J. Magn. Soc. Jpn.*, **37**, 44 (2013) (in Japanese).

2020年12月21日受理, 2021年1月20日再受理, 2021年2月16日採録