

薄鋼板の湾曲磁気浮上システムの開発 (スライディングモード制御を用いた浮上性能の実験的検討)

Development of Bending Magnetic Levitation System for Thin Steel Plate (Experimental Consideration on Levitation Performance Using Sliding Mode Control)

小川和輝^{a)}・多田誠^{a)}・成田正敬^{a)†}・加藤英晃^{a)}

^{a)} 東海大学, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1 (〒259-1292)

K. Ogawa^{a)}, M. Tada^{a)}, T. Narita^{a)†}, and H. Kato^{a)}

^{a)} Tokai University, 4-1-1 Kitakaname, Hiratsuka-shi, Kanagawa 259-1292, Japan

Research on non-contact transport technology is being carried out in order to apply magnetic levitation technology using electromagnets to the transport systems used in production lines for thin steel plates. When an ultrathin and flexible steel plate is to be levitated, levitation control becomes difficult due to the flexure of such a plate. Therefore, we previously proposed a bending levitation system in which an ultrathin steel plate is bent to an extent that does not induce plastic deformation. However, in an actual usage environment, there are electrical noise and mechanical disturbances, which deteriorate the levitation performance. To investigate the levitation stability of an ultrathin steel plate in this case, we applied sliding mode control in the bending levitation system. Sliding mode control theory is a robust control theory that hardly deteriorates the control performance even in the presence of modeling errors and disturbances. We conducted experiments on levitation performance with an electromagnet that was vibrated in the vertical direction. The results show that stable levitation can be realized even with input external disturbance when the steel plate is levitated at the optimum bending angle.

Key words: magnetic levitation, vibration control, bending levitation, sliding mode control, ultrathin steel plate

1. はじめに

磁気浮上技術は、支持対象と支持装置が物理的に接触しないため、エネルギー損失や浮上対象の摩耗、破損、騒音といった問題点を根本的に解決できる。中でも浮上装置に設置した電磁石の吸引力により対象を浮上させる常電導磁気浮上は、特殊な材質かつ温度管理が必須の超電導体を使用しないため汎用性が高い¹⁾。浮上制御を行うためには、運動方程式など浮上対象の力学モデルから制御モデルを構築し、フィードバックゲインなどの制御パラメータを設定する。この手法はシステムの実際のパラメータが制御モデルで設定した値と同一であれば優れた制御性能を発揮する。しかし、浮上対象の質量が設定と異なる場合や、長時間システムを稼働させ、電磁石ユニットの発熱によって回路の抵抗値などの電気的なパラメータが変化した場合など、設定した制御モデルから誤差がある場合は制御性能が劣化する。またノイズなどの電気的外乱や、システムそのものに振動などの機械的外乱が入力された際も浮上性能が劣化する。これらのモデル化誤差や外乱が存在した際にも制御性能の劣化が小さいロバストな制御理論が提案されている²⁾。

当研究グループは、表面の高品質化が要求される冷間圧延など薄鋼板製造ラインに着目し、薄鋼板の磁気浮上について検討を行ってきた。この時、鋼板の板厚と面積に起因する柔軟性から弾性振動が励起され、浮上時の安定性が著しく損なわれる。この課題を解決するために、著者らは浮上安定性を阻害していた薄鋼板の柔軟性を積極的に利用し、浮上対象が塑性変形しない範囲で湾曲させて、鋼板の中央と周囲の4箇所合計5箇所の電磁石により浮上させる湾曲磁気浮上システムを提案した。鋼板を湾曲させると、周

囲の電磁石と中央の電磁石で支持する自重が変化し、モデル化誤差が生じるが、湾曲によって高次の振動モードが抑制され浮上安定性が向上した³⁾。この湾曲によって生じるモデル化誤差に対して非線形ロバスト制御のひとつであるスライディングモード制御理論を磁気浮上制御に適用し、最適制御理論と比較してスライディングモード制御理論を用いることで、より一層浮上性能が向上することを確認した⁴⁾。また、最適制御理論を適用した磁気浮上装置を用いて、実際の薄鋼板生産ラインにおいて想定しうる外乱として、電磁石ユニットを設置しているフレームを振動させることで、電磁石ユニットに物理的に振動を与えて、湾曲磁気浮上システムの浮上安定性についての検討を行った。入力される外乱の設定は、薄鋼板の共振周波数を取得し、浮上対象の共振周波数を含む帯域のランダムノイズによって電磁石ユニットを加振した。実験の結果、板厚0.19 mmの薄鋼板において、ある電磁石角度で薄鋼板を湾曲磁気浮上させることにより、外乱状況下においてもある程度の浮上性能を確保できることを確認した⁵⁾。

以上のように、電磁石ユニットに外乱を与え磁気浮上を行う検討に関しては、最適制御理論のみ検討されており、モデル化誤差に対してより優れた結果を示したスライディングモード制御理論も外乱に対してロバスト性を持つが、これについては未だ検討されていない。そこで本論文では湾曲磁気浮上装置の実用に向けたさらに高い浮上性能を追求するため、電磁石ユニットに与えた外乱に対するスライディングモード制御理論の有効性について検討する。この湾曲磁気浮上システムを用いて、既報の最適制御理論と同様の外乱条件下における浮上実験を行い、湾曲磁気浮上装置の浮上性能について比較する。

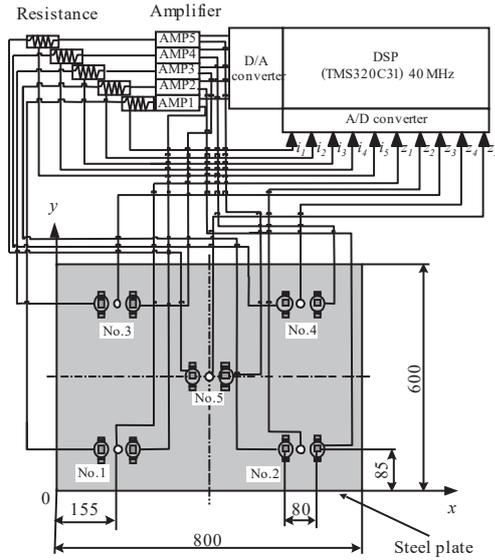


Fig. 1 Electromagnetic levitation control system.

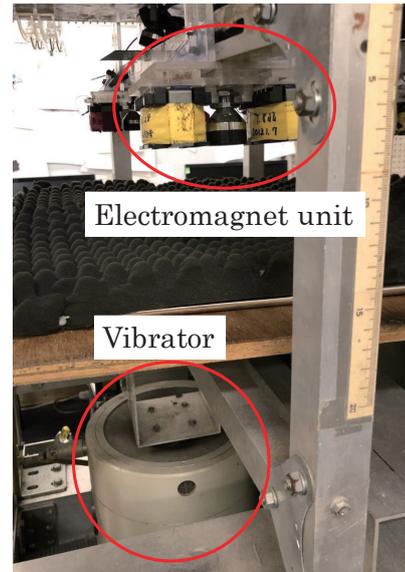


Fig. 3 Photograph of electromagnet unit and vibrator.

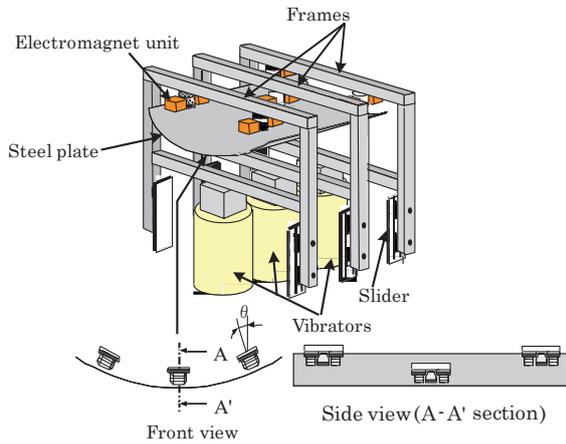


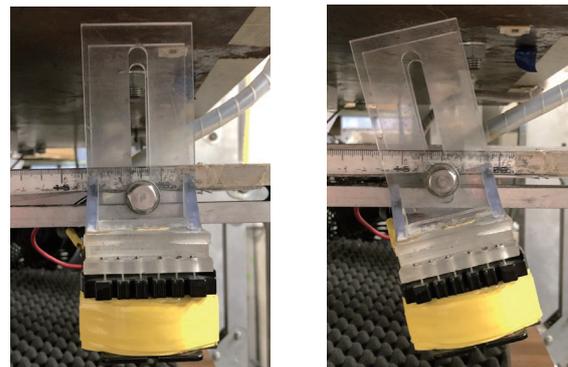
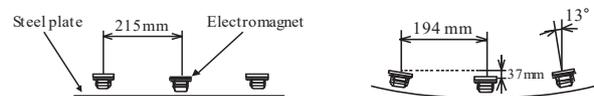
Fig. 2 Schematic illustration of experimental apparatus.

2. 湾曲磁気浮上装置

Fig. 1に制御システムの概略図, Fig. 2に湾曲浮上装置の概略図, Fig. 3に実験に使用している電磁石ユニットと加振器を示す. Table 1に使用した加振器の諸元を示す. 浮上対象は長方形亜鉛めっき鋼板(長さ $a=800$ mm, 幅 $b=600$ mm, 厚さ $h=0.19$ mm)を使用している. 渦電流式非接触変位センサを2個の電磁石で挟むように配置した電磁石ユニットを, 3台の加振器によってそれぞれ独立に上下加振させることが可能な3本のフレームに設置してある. なお, 電磁石本体はE型フェライトコアに直径0.5 mmのエナメル線を1005回巻いたものを使用した. また, この3本のフレーム変位を検出するために別途3個の渦流式非接触変位センサを設置している. 5か所の電磁石ユニットにより長方形の薄鋼板を吊り下げようとして非接触支持するため, 鋼板の変位およびそのデジタル微分値である速度, 電磁石コイルに流れる電流の定常値からの変動分の観測値をフィードバックし, 制御電圧(電磁石を駆動するアンプの出力電圧)を計算する. 5個の電磁石ユニット

Table 1 Specifications of vibrator.

Maximum excitation force	98.1 N \pm 5%
Maximum acceleration	264.8 m/s ² \pm 5%
Frequency range	3 Hz–13 kHz
Maximum input current	5.5 A \pm 5%
Maximum speed	1.17 m/s
Maximum amplitude	10 mm



(a) $\theta = 0^\circ$

(b) $\theta = 13^\circ$

Fig. 4 Relationship between tilt angle of electromagnets θ and shape of steel plate.

のうち周囲のNo. 1~4はFig. 2の正面図に示す様にフレームに対して傾けることができる機構になっている. このように電磁石ユニットの角度 θ を変更することで, 鋼板を湾曲させて浮上させることができる. また, 鋼板を湾曲させても電磁石が同じ位置に吸引力を印加できるように周囲の電磁石ユニットNo. 1~4は水平方向

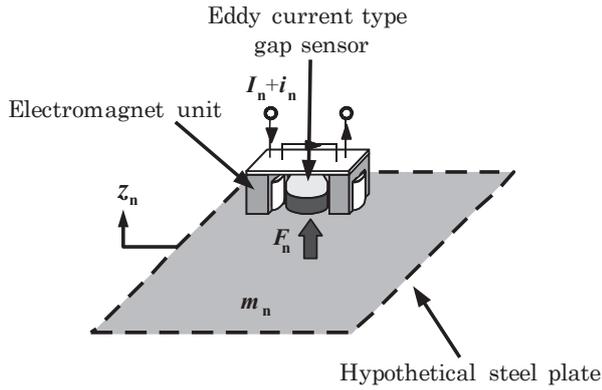


Fig. 5 Theoretical model of levitation control.

に、中央の電磁石ユニット No. 5 は鋼板の湾曲度合いに応じて垂直方向に動かすことができる。Fig. 4 に $\theta = 0^\circ$ の時と $\theta = 13^\circ$ の時の電磁石ユニットの傾斜の様子を示す。加振器は、周波数一定の正弦波を用いて各フレームの振幅および位相が等しくなるように調整した後、フレームを振動させることで浮上鋼板に外乱を入力した。

3. 運動方程式

本論文の浮上制御系は、Fig. 5 に示すように鋼板を各電磁石に対する 5 つの質量に仮想的に分割し、分割した質量の変位、速度および対応する電磁石コイル電流それぞれを集中定数系としてモデル化したものである。このモデルでは、5 個の電磁石ユニットは独立して浮上制御を行う。その場合、各電磁石ユニットは対応する鋼板の、変位、速度、電磁石コイルの電流値をその電磁石ユニットに対してのみフィードバックして制御出力を得て、変位を制御する 1 自由度モデルで表される。

電磁石ユニットからの静的吸引力によって仮想的に分割した鋼板を支持すれば一定の距離に保たれる平衡状態 Z_0 が存在する。そこからの鉛直方向の変位を z_n とすると、運動方程式は以下になる。

$$m_n \frac{d^2}{dt^2} z_n(t) = 2f_n(t) \quad (1)$$

なお m_n は鋼板を仮想的に 5 分割した質量 [kg]、 f_n は電磁石 1 個あたりの吸引力の変動値 [N] であり、添え字 n は電磁石ユニットの No. 1~5 を示す ($n = 1 \sim 5$)。

線形化近似を行った電磁石の吸引力および電磁石コイルに流れる電流に関する方程式は以下になる。

$$f_n = \frac{F_n}{Z_0} z_n + \frac{F_n}{I_n} i_n \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} i_n = -\frac{K_{em} I_n}{L_n Z_0^2} \frac{d}{dt} z_n - \frac{R_n}{2L_n} i_n + \frac{1}{2L_n} v_n \quad (3)$$

ここで F_n : 各電磁石ユニットから発生する定常的な吸引力 [N]、 I_n : 平衡状態における定常電流 [A]、 i_n : I_n からの変動値 [A]、 L_n : 平衡状態における電磁石コイル 1 個あたりのインダクタンス [H]、 R_n : 電磁石ユニットの抵抗値 [Ω]、 v_n : 電磁石コイルの定常電圧からの変動値 [V]、 K_{em} : 電磁石の吸引力の比例定数 [Hm]、である。また平衡浮上状態における電磁石 1 個あたりのコイルのインダクタンス L_n [H] を以下のように表す。

$$L_n = \frac{K_{em}^2}{Z_0} + L_{lea} \quad (4)$$

ここで、 L_{lea} : 電磁石 1 個あたりの漏れインダクタンス [H] である。

状態変数として鋼板の変位 z_n 、速度 \dot{z}_n および電流 i_n を採用し、式(1)~(3)を整理して以下のような状態方程式を得る。

$$\dot{\mathbf{z}}_n = \mathbf{A}_n \mathbf{z}_n + \mathbf{B}_n v_n \quad (5)$$

ただし、

$$\mathbf{z}_n = [z_n \quad \dot{z}_n \quad i_n]^T$$

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2F_n}{m_n Z_0} & 0 & \frac{2F_n}{m_n I_n} \\ 0 & -\frac{K_{em} I_n}{L_n Z_0^2} & -\frac{R_n}{2L_n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2L_n} \end{bmatrix}^T$$

4. スライディングモード制御理論

制御系を離散時間系で構成するため、離散時間系のスライディングモード制御理論に基づいてスライディングモード制御則を求める。離散時間系の状態方程式は以下のように表される。

$$\mathbf{z}_d(i+1) = \Phi \mathbf{z}_d(i) + \Gamma v_d(i) \quad (6)$$

ただし、

$$\Phi = \exp(\mathbf{A}_n T_s)$$

$$\Gamma = \int_0^{T_s} [\exp(\mathbf{A}_n \tau)] d\tau \mathbf{B}_n$$

ここで v_d : 離散時間系における電磁石コイルの定常電圧からの変動値 [V]、 T_s : サンプル時間 [s] である。 \mathbf{z}_d は離散時間系における鋼板の変位 z_d 、速度 \dot{z}_d および電流 i_d を含む状態変数ベクトルである。

ここで離散時間系の評価関数は次のように表される。

$$J_d = \sum_{i=0}^{\infty} [z_d(i)^T \mathbf{Q}_d z_d(i) + v_d(i)^T r_d v_d(i)] \quad (7)$$

ただし \mathbf{Q}_d : 変位、速度および電磁石コイル電流に関する重み係数を要素とする行列、 r_d : 制御入力に関する重み係数である。式(7)を最小にする離散時間系最適制御則は次の離散時間系 Riccati 型代数方程式において正定対称解 \mathbf{M} を求めることで得られる。

Table 2 Symbols and values.

Symbol	Value
Z_0	5.00×10^{-3} m
K_{em}	2.55×10^{-4} Hm
L_{lea}	9.00×10^{-2} H
$R_1 - R_5$	21.0 Ω
T_s	1.00×10^{-3} s

Table 3 Weighting coefficients for sliding mode control.

Q_d	r_d	η	$\beta(i)$
diag($7.2 \times 10^4, 0.01 \times 10^1, 2.0 \times 10^0$)	2.9×10^{-3}	0.06	1.1

Table 4 Table judging results of levitation probability experiment.

	Levitation pattern	Result
1	After steel plate left jack, it did not make contact with electromagnet and kept levitating for 30 seconds.	Success
2	After steel plate left jack, it fell or made contact with electromagnet within 30 seconds.	Failure
3	When control started, steel plate made contact with electromagnet or attractive force of electromagnet was small, so plate could not levitate.	Retry
4	Steel plate made contact with electromagnet while jack was lowered.	Retry

$$\mathbf{M} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi + \mathbf{Q}_d - \Phi^T \mathbf{M} \Gamma (\mathbf{r}_d + \Gamma^T \mathbf{M} \Gamma)^{-1} \Gamma^T \mathbf{M} \Phi \quad (8)$$

ここで切換超平面を \mathbf{S}_d とし、入力の切換関数 $\sigma(i)$ を次式で表す。

$$\sigma(i) = \mathbf{S}_d \mathbf{z}_d(i) \quad (9)$$

また等価制御入力 $v_{eq}(i)$ は次式となる。

$$v_{eq}(i) = -(\mathbf{S}_d \Gamma)^{-1} \mathbf{S}_d (\Phi - \mathbf{I}) \mathbf{z}_d(i) \quad (10)$$

ここで、 \mathbf{I} は Φ と同じサイズの単位行列である。式(10)の $v_{eq}(i)$ を式(6) $v_d(i)$ として代入すると等価制御系は次のように表すことができる。

$$\mathbf{z}_d(i+1) = \{\Phi - \Gamma(\mathbf{S}_d \Gamma)^{-1} \mathbf{S}_d (\Phi - \mathbf{I})\} \mathbf{z}_d(i) \quad (11)$$

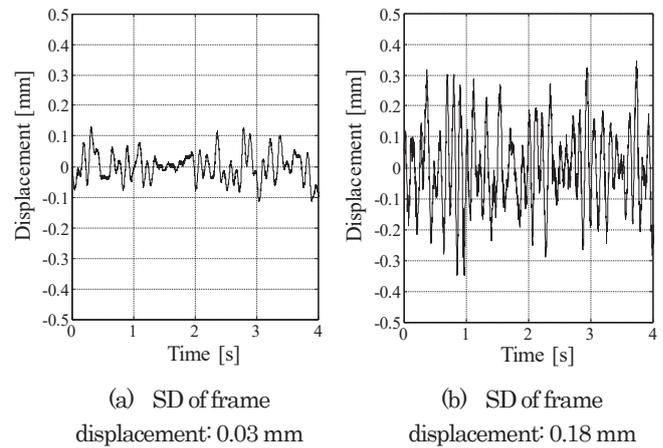
ここで \mathbf{S}_d は式(11)のシステムが安定するように選択する必要がある。本論文ではこの設計法にシステムの零点を利用する方法を用い、これに対して離散時間系最適制御理論を適用し \mathbf{S}_d を得る。

$$\mathbf{S}_d = (\mathbf{r}_d + \Gamma^T \mathbf{M} \Gamma)^{-1} \Gamma^T \mathbf{M} \Phi \quad (12)$$

ただし、 \mathbf{M} は式(8)の正定解である。

続いて状態を超平面に収束させ、スライディングモードを発生させる制御入力を考える。チャタリングを抑制する離散時間系スライディングモード制御を設計するためにこの条件を満たすようなスライディングモード制御則として次のように与えられるものを用いる。

$$\left. \begin{aligned} v_d(i) &= v_{eq}(i) + v_{nl}(i) \\ v_{eq}(i) &= -(\mathbf{S}_d \Gamma)^{-1} \mathbf{S}_d (\Phi - \mathbf{I}) \mathbf{z}_d(i) \\ v_{nl}(i) &= -\{\alpha(i) + \beta(i)\} \operatorname{sgn}\{\sigma(i)\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

**Fig. 6** Time histories of displacement of frames when vibrated by random disturbance. (SD: standard deviation)

$$\alpha(i) = \eta \frac{\|\sigma(i)\|}{\|\mathbf{S}_d \Gamma\|} \quad (14)$$

$$(0 < \eta < 2, \beta(i) \geq F_{\max})$$

ここで v_{nl} : 状態を超平面に拘束するための非線形制御入力、 η : チャタリングを起こさずに状態を超平面に拘束する制御ゲイン、 $\beta(i)$: 外乱抑圧項、 F_{\max} : 外乱の最大値である。

本検討における各パラメータ値を Table 2 に示す。またスライディングモード制御理論における切換関数 \mathbf{S}_d を決定する際に用いる重み行列 (式(7)), ならびに式(14)における非線形入力項の値を Table 3 に示す。

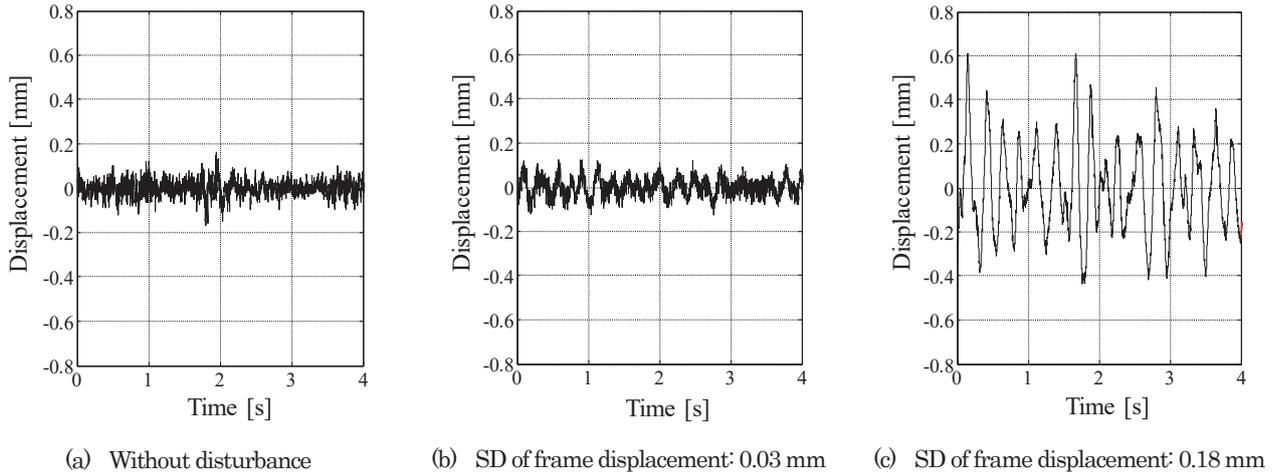


Fig. 7 Time histories of displacement of thin steel plate (electromagnet angle $\theta=0^\circ$).

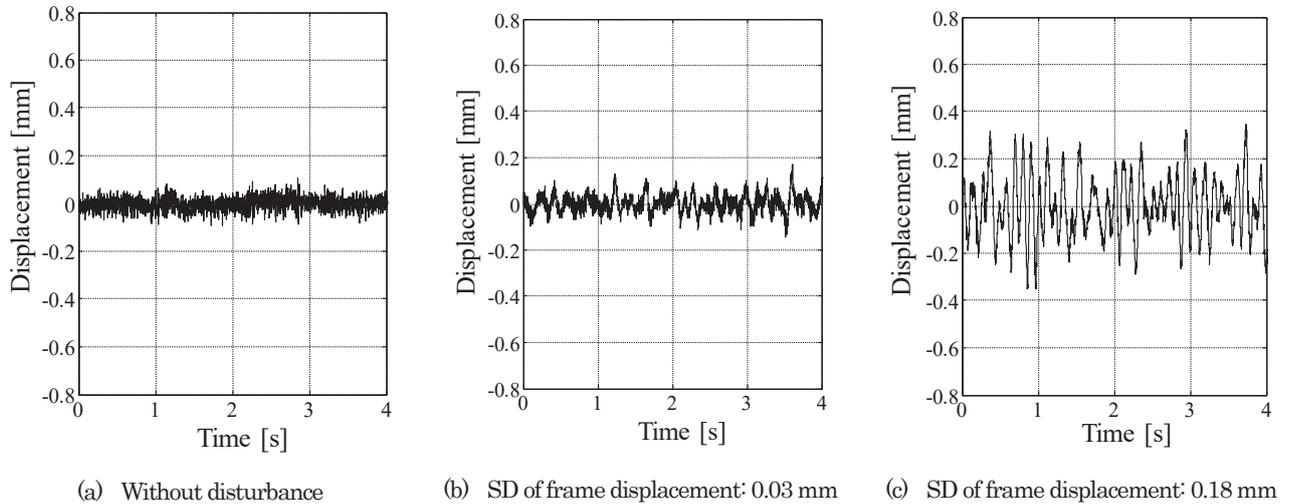


Fig. 8 Time histories of displacement of thin steel plate (electromagnet angle $\theta=13^\circ$).

5. 湾曲浮上実験

5.1 実験方法

機械的な外乱が浮上装置に入力された際の浮上安定性を実験的に評価するためにスライディングモード制御適用して湾曲浮上実験を行った。電磁石角度 θ は湾曲浮上を行わない電磁石角度 0° と、過去の検討¹⁾で最も浮上性能が高かった電磁石角度 13° の2種類の電磁石角度で実験を行った。電磁石角度は Fig. 4 に示すように変更した。浮上中の鋼板には多数の平板の固有振動数が含まれた振動が発生する。このため振幅値ではなく測定した変位時刻歴の標準偏差で鋼板の振動を評価する。浮上実験を行う際は、過渡状態の影響を除くため浮上開始後約 10 秒後から測定を開始した。浮上中の薄鋼板の変位を各条件に対して 10 回ずつ測定し、それらの標準偏差の平均値を実験値とした。浮上確率実験については、Table 4 に示す浮上パターン判定方法に従って浮上の可否を判定し、50 回の浮上実験のうち浮上が成功した回数を百分率によって評価した。

本論文では、鋼板搬送時に磁気浮上装置に外乱が入力されることを想定し、外乱を入力し実験を行った。電磁石ユニットを設置し

ているフレームの下に取り付けている加振器によって物理的に電磁石を振動させることで外乱を入力した。既報にて板厚 0.19 mm の鋼板の共振周波数は 0~10 Hz の帯域に存在することを確認しており¹²⁾、本論文は 0~10 Hz の帯域に設定したランダムノイズによってフレームを加振する。加振振幅の条件は、フレーム加振の振幅は電磁石角度 10~15°において鋼板を浮上させることのできる最大の振幅（フレーム変位標準偏差約 0.18 mm）と、その約 6 分の 1 の振幅（フレーム変位標準偏差約 0.03 mm）を設定した。Fig. 6 に外乱入力時のフレーム変位時刻歴(a)外乱フレーム変位標準偏差約 0.03 mm, (b) フレーム変位標準偏差約 0.18 mm を示す。

5.2 実験結果

Fig. 7 に電磁石角度 0° 時の磁気浮上鋼板の変位時刻歴波形(a)外乱なし, (b)フレーム変位標準偏差約 0.03 mm, (c)フレーム変位標準偏差約 0.18 mm を、Fig. 8 に電磁石角度 13° 時の磁気浮上鋼板の変位時刻歴波形(a)外乱なし, (b)フレーム変位標準偏差約 0.03 mm, (c)フレーム変位標準偏差約 0.18 mm を示す。Fig. 7(a), Fig. 8 (a)の外乱が入力されない場合の結果を比較すると、モデル化誤差のある 13° の結果の方が振動を抑制することができた。これは

鋼板の湾曲による制振効果とスライディングモード制御理論のモデル化誤差に対するロバスト性のためと考えられる。また、Fig. 8 (b),(c)のようにスライディングモード制御理論を適用することにより、外乱が入力される条件であっても浮上を維持することができた。加えて、どちらの外乱条件においても湾曲によって鋼板の振動を抑制することができた。Fig. 9に入力した外乱の標準偏差と鋼板変位より算出した標準偏差の実験値の関係性を示す。なお比較のため、既報にて測定したロバスト性の低い最適制御理論を適用して同様の実験を行った際の結果¹¹⁾を同図にプロットしている。この時の制御パラメータを決定するための重み係数は、参考文献¹¹⁾の通りである。外乱未入力時では、スライディングモード制御理論を適用し、 $\theta = 13^\circ$ で浮上させることで、最も振動を抑制することができた。スライディングモード制御理論を適用した際はどの外乱条件でも浮上させることができたが、最適制御理論では $\theta = 0^\circ$ の際に、入力外乱がフレーム変位標準偏差約0.18 mmでは浮上させることができなかった。同図よりいずれの条件においても入力する外乱の標準偏差が増加すると鋼板の変位標準偏差も増加した。ただし、どちらの制御理論を適用した場合においても、鋼板を湾曲させた際の変位標準偏差が、鋼板を湾曲させない場合の変位標準偏差を下回り、湾曲浮上による制振効果を確認することができた。スライディングモード制御理論を適用した場合は、 $\theta = 13^\circ$ の際にフレーム変位標準偏差約0.18 mm時において最適制御理論よりも変位標準偏差が増加する傾向となった。

Fig. 10に入力した外乱の標準偏差と浮上確率の関係性を示す。比較のために上記条件を適用して最適制御理論を用いた際の浮上確率を測定し、同図にプロットした。どちらの制御理論を適用した場合も、鋼板を湾曲させることにより浮上確率が上昇した。また、最適制御理論を適用した際は、外乱の標準偏差が増加するに従って浮上確率が低下した。一方、スライディングモード制御理論を適用した場合は、入力する外乱の標準偏差が増加した場合であっても、浮上確率はほとんど低下しなかった。これにより、スライディングモード制御理論を適用することで、振動は増加するが浮上確率は向上する事が確認できた。なお、スライディングモード制御理論では、振動が増加するが、浮上確率が高くなる結果が得られたが、この現象について考察するため、実験で得られた鋼板変位からスペクトルを算出した。Fig. 11(a)スライディングモード制御理論、(b)最適制御理論のスペクトルを示す。Fig. 11よりどちらの制御理論においても10 Hzの振動が発生していることが分かる。また、4 Hzの振動が発生しているが、これは、弾性1次モードの振動であると考えられる。スライディングモード制御理論では弾性1次モードの振動が大きく発生している。一方、最適制御では、19 Hzの振動が発生しており、長手方向の弾性1次モードと短手方向の弾性3次モードが組み合わさったモード¹²⁾である。今回使用した装置では2基の電磁石を長手方向に並べて設置しており、鋼板に長手方向の弾性振動が発生すると、電磁石と接触し浮上確率の低下を招いたと考えられる。

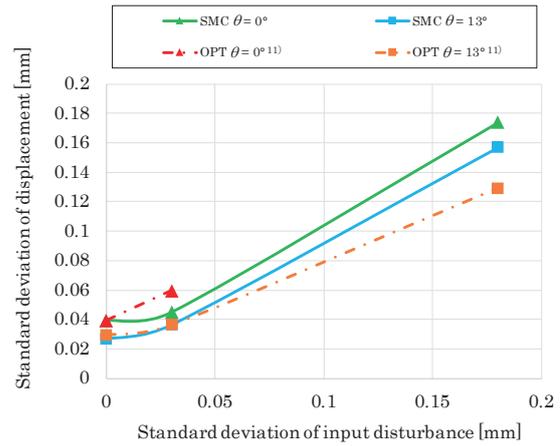


Fig. 9 Relationship between standard deviation of input disturbance and standard deviation of displacement of steel plate. (SMC : Sliding Mode Control, OPT : Optimal Control)

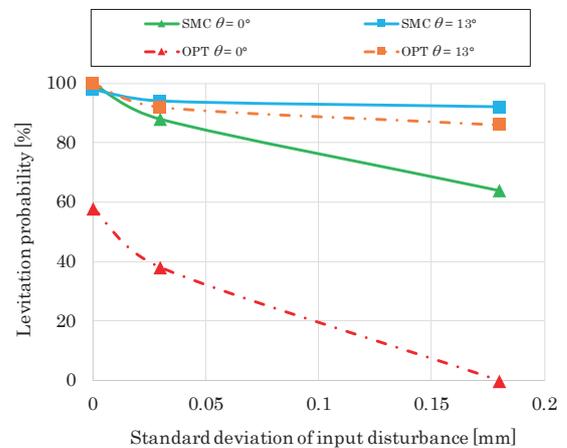


Fig. 10 Relationship between standard deviation of input disturbance and levitation probability. (SMC : Sliding Mode Control, OPT : Optimal Control)

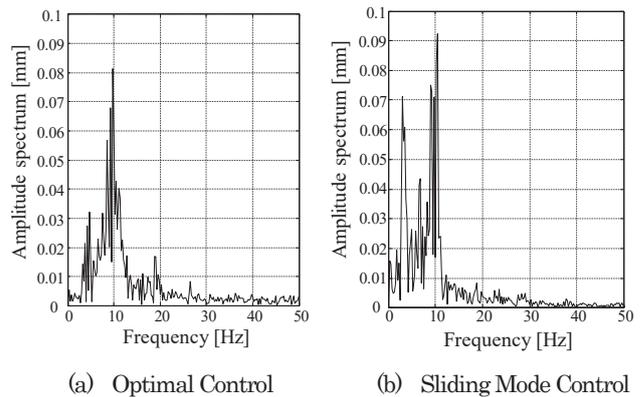


Fig. 11 Measured spectra in each control theory.

6. おわりに

本論文は薄鋼板の磁気浮上システムの浮上安定性をより向上させるため、機械的な外乱に対してロバスト性のある、スライディングモード制御理論を湾曲磁気浮上システムに適用し、薄鋼板の浮上実験を行った。その結果、鋼板を湾曲させることにより、鋼板の振動を抑制することができ、かつスライディングモード制御理論を適用することにより、外乱が入力される条件下であっても高い浮上性能を得ることができた。

本論文では1種類の板厚の鋼板に対して検討を行ったが、浮上する鋼板の板厚が異なる際には最適な電磁石角度、制御パラメータの重み係数についてそれぞれ最適値が存在する。また電磁石の発熱によって電気回路におけるモデル化誤差の影響も考えられる。今後はこれらのモデルや制御器の誤差に対してロバストな湾曲磁気浮上システムについて検討を行っていく。

References

- 1) A. Javed, T. Mizuno, M. Takasaki, Y. Ishino, M. Hara and D. Yamaguchi: *MDPI Actuators*, **7**, 21 (2018).
- 2) J. S. Choi, and Y. S. Baek: *IEEE Trans. Magn.*, **44**, 4171 (2008).
- 3) K. S. Peterson, J.W. Grizzle, and A.G. Stefanopoulou: *IEEE Trans. Cont. Sys. Tech.*, **14**, 346 (2006).
- 4) Y. Odajima, Y. Takada, I. Oikawa, and T. Nakagawa: *IEEJ Trans. Indu. Appl.*, **138**, 692 (2018).
- 5) H. Aburano, H. Miyazaki, T. Ohji, K. Amei, and M. Sakui: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **35** 123 (2011).
- 6) T. Mizuno, M. Kosugi, and S. Fukuzawa: *J. Magn. Soc. Jpn.*, **31**, 445 (2007).
- 7) N. F. Al-muthairi, and M. Zribi: *Math. Prob Eng.*, **2004**, 93 (2004).
- 8) V. S. Bandal, and P. N. Vernekar: *Proc. Amer. Cont. Conf.*, 4289 (2010).
- 9) H. Marumori, H. Yonezawa, T. Narita, H. Kato, and Y. Oshinoya: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, **81**, 14-00471 (2015).
- 10) M. Tada, H. Yonezawa, H. Marumori, T. Narita, and H. Kato: *J. Jpn. Soc. Appl. Electromagn. Mech.*, **25** 82 (2017)
- 11) M. Tada, H. Yonezawa, H. Marumori, T. Narita, and H. Kato: *Int. J. Appl. Elec. Mech.*, **59** 993 (2019)
- 12) M. Tada, K. Ogawa, T. Narita, and H. Kato: *T. Magn. Soc. Jpn.* (Special Issues), **3**, 107 (2019).

2019年11月8日受理, 2020年2月28日再受理, 2020年5月16日採録