<Paper>

LLG 方程式による高圧延加工された電磁鋼板の 磁気特性予測精度向上に関する検討

Prediction Accuracy Improvement of Magnetic Properties of Heavy Rolled Silicon Steel Sheet by using LLG Equation

羽根 吉紀 ゚゙ ・ 中村 健二 ゚, 川瀬 剛志 じ・細川 徳一 じ・栗本 直規 じ

^{a)}東北大学 大学院工学研究科,仙台市青葉荒巻字青葉 6-6-11 (〒980-8579) ^{b)}(株)デンソー,愛知県刈谷市昭和町 1-1 (〒448-8661)

Y. Hane ^{a)}[†], K. Nakamura ^{a)}, T. Kawase ^{b)}, N. Hosokawa ^{b)}and N. Kurimoto ^{b)}

^{a)}Tohoku University, Graduate School of Engineering, *6-6-11 Aoba Aramaki Aoba-ku, Sendai 980-8579, Japan* ^{b)}DENSO CORPORATION., Inc., *1-1 Showacho, Kariya, Aichi 448-8661, Japan*

A prediction method for taking deterioration of silicon steel sheet due to machining process is essential to improve the performance of electric machines. In a previous paper, it was demonstrated that simplified Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) equation can predict magnetic properties of silicon steel sheet rolled with different thickness reductions. However, further improvement of calculation accuracy of magnetic properties of heavy rolled silicon steel sheet is required. This paper presents the improved method using the simplified LLG equation for predicting magnetic properties of heavy rolled silicon steel sheet. The validity of the proposed method is proved by comparing with measured values.

Key words: Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) equation, magnetic properties prediction

1. はじめに

近年,地球環境保全および省エネルギーの観点から,高 効率な電気機器の開発が望まれている.ここで,モータな どの電気機器の鉄心材料に使用される電磁鋼板は,製造工 程における加工の際,結晶粒に歪みが生じ,この影響で磁 気特性が変化し,機器の性能が低下することが知られてい る.したがって,電気機器の高効率化のためには,加工に よる磁気特性の変化まで考慮した解析手法の確立,並びに 電磁鋼板の最適な加工法の構築が必要不可欠である.しか しながら,任意の電磁鋼板の加工後のヒステリシスループ を実測することは,必ずしも容易ではないことから,何ら かの方法による推測が必要である.

磁気特性の表現手法は、主に物理モデルと現象論的モデルに大別される.その中で、物理モデルの一つである Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程式を用いる手法は、

磁性体内部の微小な磁化の挙動や分布まで表現可能であ り、磁壁や磁気異方性、磁化同士の相互作用など、ミクロ な磁気現象を詳細に模擬できる.しかしながら、解析モデ ルが大規模になるため、一般に電気機器の解析には適用困 難である.これに対して文献 1)では、磁壁を直接考慮しな いなど、いくつかの仮定を設けることで、電磁鋼板の磁気 特性を表現する手法が提案されている.先に筆者らは、こ の簡略化された LLG 方程式を用いて、任意の圧延を施した 電磁鋼板の磁気特性を高精度に予測可能であることを明ら かにした²⁾. しかしながら、従来の予測手法を大きな圧延を施した電磁鋼板に適用した場合、ヒステリシスループの非線形性の 表現精度が低くなるという問題があった.そこで本稿では、 従来の予測手法を改良し、圧延の大きさに応じた補正係数 を用いることで、加工後の磁気特性のさらなる予測精度向 上について検討を行ったので報告する.

2. 従来の加工に伴う磁気特性変化予測手法

2.1 簡略化の仮定を取り入れた LLG 方程式

本章では、LLG 方程式の原理、並びに文献 1)で提案され た簡略化の仮定について述べる.

LLG 方程式による磁化分布の解析においては,解析領域 を複数の要素に分割して各要素を磁化ベクトル*M_i*で表し, これらの挙動を次に示す LLG 方程式を用いて解くことで, 磁性体内の磁化分布を求めることができる.

$$\frac{d\boldsymbol{m}_i}{dt} = -\left|\gamma\right|(\boldsymbol{m}_i \times \boldsymbol{H}_{eff}) + \alpha(\boldsymbol{m}_i \times \frac{d\boldsymbol{m}_i}{dt}) \quad (i = 1 \sim n)$$
(1)

ここで、 $m_i = (m_{ix}, m_{iy}, m_{iz})$ は大きさが1になるように規格化 された磁化ベクトルであり、飽和磁化*M*_sを用いて $m_i = M_i / M_s$ で与えられる. また、 $\gamma = 2.21 \times 10^5$ m/(A·s)はジャイロ磁気 定数、 $\alpha = 1$ はGilbertの損失定数と呼ばれる無次元数、 H_{eff} は有効磁界である.

一般に、LLG 方程式における有効磁界 *H_{eff}*は次式で与えられる.

$$\boldsymbol{H}_{eff} = \boldsymbol{H}_{app} + \boldsymbol{H}_{ani} + \boldsymbol{H}_{mag} + \boldsymbol{H}_{exc}$$
(2)

ここで, *H_{app}*は印加磁界, *H_{ani}*は異方性磁界, *H_{nag}*は静磁界, *H_{exc}*は交換磁界である.これらの磁界をすべて考慮すること で,結晶粒よりもさらに小さい磁区や磁壁を含む,磁化の 詳細な挙動や分布を求めることができる.しかしながら, 本手法をそのまま電気機器の解析に適用することは,計算 機容量や計算時間の観点から事実上不可能である.また, 実際の電磁鋼板の磁気ヒステリシスは,磁歪による磁気弾 性効果や内部応力,材料に含まれる不純物や結晶の格子欠 陥など,様々な要因の影響を受けることから,これらを正 確に解析に取り入れることは必ずしも容易ではない.

上述の問題に対し、文献 1)ではいくつかの仮定を設ける ことで、実用的な計算時間で精度良く電磁鋼板の磁気ヒス テリシスを計算する手法が提案されている.具体的には、 まず,本来は多磁区構造を有する結晶粒を,単磁区構造と みなすことで、磁壁の移動を表す交換磁界を無視する.一 方で,交換磁界を無視したことによって,磁壁移動による 磁化反転が表現できなくなった代わりに、異方性磁界の強 さを表す係数を物理定数よりも小さくすることで、磁化を 反転しやすくしている.また、本来であれば、各々の磁化 に作用する静磁界は場所によって異なるが、これらをすべ て計算することは、計算時間の観点から実用的ではないこ とから、全磁化の平均値を用いて近似的に与えている. さ らに,上述の静磁界による影響に加えて,磁歪による磁気 弾性効果や格子欠陥などの影響を, 文献 1)では磁気弾性エ ネルギー E_{ela} による磁界 H_{ela} と称して有効磁界に加えてい る. したがって, 文献 1)における有効磁界は以下の式で与 えられる.

$$\boldsymbol{H}_{eff} = \boldsymbol{H}_{app} + \boldsymbol{H}_{ani} + \boldsymbol{H}_{ela} \tag{3}$$

(3)式の異方性磁界 H_{ani}は、以下の式で表される.

$$\boldsymbol{H}_{ani} = -\frac{1}{M_s} \frac{\partial E_{ani}}{\partial \boldsymbol{m}_i} \tag{4}$$

$$E_{ani} = \frac{h_{ani}M_s}{2} \left(a_1^2 a_2^2 + a_2^2 a_3^2 + a_3^2 a_1^2 \right)$$
(5)

ここで、 E_{ani} は異方性エネルギーである. h_{ani} は異方性磁界 係数であり、先述の理由から物理定数よりも小さい値を与 えている.また、 a_1 、 a_2 、 a_3 は各要素の磁化容易軸に対する 方向余弦である.

(3)式の磁気弾性エネルギーによる磁界 *H_{ela}*は,以下の式 で与えられている.

$$\boldsymbol{H}_{ela} = -\frac{1}{M_s} \frac{\partial E_{ela}}{\partial \boldsymbol{m}_i} \tag{6}$$

$$E_{ela} = \sum_{j=1}^{n} b_{2j} \overline{m}^{2j}$$
(7)

$$\overline{m} = \sqrt{\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}m_{ix}\right)^{2} + \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}m_{iy}\right)^{2} + \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}m_{iz}\right)^{2}}$$
(8)

ここで、 b_{2} ~ b_{2n} は係数である. (8)式を見るとわかるように、 文献 1)において、 E_{ela} は様々な要因に由来する磁化同士の相 互作用を考慮するために、平均規格化磁化 \overline{m} の偶数次の項 だけを持つべき級数で与えられている.したがって、(6)式 の磁界は、平均規格化磁化 mの奇数次の項だけを持つべき 級数となることから、主として磁気特性の非線形性を表し ていることがわかる.

2.2 従来の加工に伴う磁気特性変化予測手法

Table 1 および Fig. 1 に,それぞれ測定に用いた試料の諸 元および寸法を示す. 試料 No. 0 は,無加工の材料である. 一方,試料 No. 1~6 は,試料 No. 0 に対してそれぞれ異な る大きさの圧延が施されている.ここで,表 1 に示す圧延 率とは,加工前の試料の板厚に対する加工後の試料の圧延 による板厚の減少率を指す.

Fig. 2 に,各試料の最大磁束密度 1.0 T における直流ヒス テリシスループを示す. なお,これらの直流ヒステリシス ループは,文献 3)で提案された手法を用いて,周波数 50, 100,200 Hz におけるヒステリシスループの実測値より推 定した.この図を見ると,圧延が施されることでループの 形状が無加工の状態に対して大きく変化することがわか る.

上述のような、電磁鋼板の加工後の磁気特性を予測する にあたり、本稿では LLG 方程式のパラメータと圧延率の関 係に着目する. Fig. 3 に、LLG 方程式のパラメータとヒス テリシスループの形状との対応関係を示す. 図に示すよう に、異方性磁界係数 h_{ani}は、保磁力に比例するパラメータで ある.



 Table 1
 Specifications of test samples.

Fig. 1 Dimensions of the test samples.



Fig. 2 Estimated dc hysteresis loops of each sample.

また,磁気弾性エネルギーの係数 $b_2 - b_{2n}$ は, ヒステリシ スループの非線形性を表現するパラメータであり,同図の 第 1 象限の上昇曲線の形状から求まる. Table 2 に,試料 No. 0~6 の直流ヒステリシスの実測からの推定値より導出 した LLG 方程式の各パラメータを示す.

まず、 h_{ani} の推定方法について述べる. 任意の圧延率にお ける h_{ani} を推定するにあたり、加工前後での h_{ani} の比を圧延 率 xの関数 $h_{anir}(x)$ として、次式のように定義する.

$$h_{anir}(x) = \frac{h_{ani}(x)}{h_{ani}(0)} \tag{9}$$

Fig. 4 に、 $h_{anir}(x)$ と圧延率の関係を示す. この図を見ると, 圧延率 3~50%において、 $h_{anir}(x)$ はほぼ線形に変化している ことがわかる. したがって、 $h_{anir}(x)$ は次に示すような関数で 近似することができる.

$$h_{anir}(x) = a_h x + b_h \tag{10}$$

ここでは、 a_h =14.5、 b_h =3.25 と求まる.このように、(10) 式 を用いることで、任意の圧延率における h_{ani} の値を推定でき る.ただし、無加工と圧延率 3%の間を同様に関数化できる かどうかについては、今後検討を行う必要がある.

次いで, $b_2 \sim b_{2n}$ の推定方法について述べる. Fig. 3 に示し たように, $b_2 \sim b_{2n}$ は, ヒステリシスループの第1象限の上昇 曲線の形状を表すパラメータである. したがって, 加工し た任意の電磁鋼板について $b_2 \sim b_{2n}$ を決定するためには, 加 工後のヒステリシスループの第1象限の上昇曲線を予測す ればよい. そこで, 磁東密度 *B*の関数 *g*(*B*)を以下のように 定義する.

$$g(B) = \frac{1}{h_{anir}} \times \frac{H_{pre}(B)}{H_{nonpre}(B)}$$
(11)

ここで, *H_{nonpre}(B)*, *H_{pre}(B)*はそれぞれ,加工前後の試料のヒ ステリシスループの第1象限の上昇曲線における磁界強度 である. Fig. 5 に,試料 No. 1~6のそれぞれについて導出 した *g*(*B*),および試料 No. 1~4の *g*(*B*)の平均値を示す.こ れらの図を見ると,*g*(*B*)は圧延率 3~12%において,ほぼ一定 の傾向を示すことがわかる.一方,圧延率が12%を超える と, 圧延率の増加に伴い,*g*(*B*)の傾向が大きく変化してい



Fig. 3 Relationship between parameters of the LLG equation and a shape of hysteresis loop.

Table 2 Parameters of the LLG equation.

No.	0	1	2	3	4	5	6
h _{ani}	109	419	484	561	628	915	1242
b_2	-1.51	3.48 × 10 ²	4.17 × 10 ²	5.15 × 10 ²	5.88 × 10 ²	9.45 × 10 ²	1.50×10^{3}
b_4	8.21 × 10 ²	3.16 × 10 ³	4.10 × 10 ³	4.61 × 10 ³	5.47 × 10 ³	8.13 × 10 ³	7.85 × 10 ³
<i>b</i> ₆	-1.61×10^{4}	1.12×10^4	1.06 × 10 ⁴	1.09 × 10 ⁴	1.11 × 10 ⁴	1.08×10^{4}	1.53×10^{4}
<i>b</i> ₈	2.10 × 10 ⁵	-2.87×10^{4}	-2.81×10^{4}	-3.01×10^{4}	-3.15×10^{4}	-3.48×10^{4}	-4.35×10^{4}
<i>b</i> ₁₀	-1.39×10^{6}	2.65 × 10 ⁴	2.56 × 10 ⁴	2.70×10^{4}	2.83×10^4	3.22×10^4	4.15×10^{4}
<i>b</i> ₁₂	5.39 × 10 ⁶	-	-	-	-	-	-
<i>b</i> ₁₄	-1.28×10^{7}	-	-	-	-	-	-
<i>b</i> ₁₆	1.83 × 10 ⁷	-	-	-	-	-	-
<i>b</i> ₁₈	-1.44×10^{7}	-	-	-	-	-	-
<i>b</i> ₂₀	4.78×10^{6}	-	-	-	-	-	-
12							
	1						
		9			/		



Fig. 4 Relationship between rolled ratio *x* and $h_{anir}(x)$.



(a) Sample No. 1~4 and average values.



(b) Sample No. 5 and 6 and average values.Fig. 5 Relationship between magnetic flux density *B* and *g*(*B*) of each test sample and average values.

ることがわかる.これは、加工後の残留圧縮応力による磁気的摩擦の増加⁴⁾、並びに塑性変形による転位密度の増加⁵⁾ に伴い、磁壁移動が鈍化し⁶⁾、磁化過程が変化したことに由来すると推測される.本稿では、文献 2)で提案された手法に基づき、概ね傾向が一致している試料 No. 1~4 の g(B)の平均 $g_{ave}(B)$ を、以下に示すような多項式で近似する.

 $g_{ave}(B) = a_g B^5 + b_g B^4 + c_g B^3 + d_g B^2 + e_g B + 1$ (12) ここでは、Fig. 5より、 $a_g = 2.16, b_g = -6.37, c_g = 5.06, d_g =$ -1.61、 $e_g = 1.25$ と求まる、これを(11)式に代入して、次式を 得る.

$$H_{pre}(B) = h_{anir} \times H_{nonpre}(B) \times g_{ave}(B)$$
(13)

以上より,(13)式を用いて任意の圧延率における磁界強度 *H_{pre}(B*)を計算することで,加工後のヒステリシスループの上 昇曲線を予測し,そこから*b*2~*b*2*n*を決定できる.

Fig. 6に、上述の方法で予測した hani, b2~b2n を用いて計算した直流ヒステリシスの拡大図を示す. これらの図を見ると, 試料 No. 1~4 について, LLG 方程式を用いた計算値は実測からの推定値と良好に一致していることが了解される. 一方, 試料 No. 5, 6 については, 計算したループの非線形性が実測からの推定値と異なっており,特に高磁束密



Fig. 6 Enlarged view of prediction results of dc hysteresis loops of each test samples by using the simplified LLG Equation.

度領域において誤差が大きいことがわかる. 誤差の原因としては、上述のように、高圧延率において g(B)の傾向が大きく変化するためであると考えられる.

3.g(B)の補正による予測精度向上

前章で示したように、従来の予測手法では高圧延率にお けるヒステリシスループの非線形性の表現精度が低く、改 善が必要である.そこで本稿では、誤差の主要因である g(B) を圧延率に応じて補正する方法を提案する.

Fig. 5(b)を見ると, 圧延率 12%以上において, 圧延率の増加に伴い, g(B)の極大点が低磁束密度側へ移動し, さらに, 極大点よりも高い磁束密度領域において g(B)が小さくなっていることがわかる. ここで,(10),(11)式より,高圧延時に高磁束密度領域において g(B)の値が小さくなったことは, 圧延率に対する H_{pre}(B)の増加率が高磁束密度領域において小さくなったことと同義である. これは,上述のように, 圧延率の増加に伴う磁化過程の変化, すなわち磁化過程が磁壁移動から回転磁化に移行する磁束密度が低くなったことを意味すると考えられる. したがって, 極大点よりも高い磁束密度領域において g_{ave}(B)が小さくなるように補正すれば,予測精度が向上すると考えられる. そこで本節では,(11)式の g_{ave}(B)に代わり,以下の式で表される g_{cor}(B)を用いることを提案する.

Table 3 Correction coefficient α_g of each test sample.



Fig. 7 Relationship between magnetic flux density *B* and correction coefficient $k_g(B)$.

$$g_{cor}(B) = k_g(B) \cdot g_{ave}(B) \tag{14}$$

 $k_g(B) = 1 - \alpha_g \min(1, \exp(\beta_g(B - \gamma_g))) \tag{15}$

ここで、 a_g 、 β_g 、 γ_g は係数である. a_g は、Table 3 に示すように、圧延率に応じて変化する. β_g 、 γ_g は定数であり、ここでは $\beta_g = 2.5$ 、 $\gamma_g = 1$ とした. Fig. 7 に、試料 No. 5、6 について、(14)式で表される磁束密度 *B* に対する $k_g(B)$ の変化を示す. 図より、磁束密度 *B* が大きくなる領域では $g_{cor}(B)$ が小さくなるように補正されることがわかる.

Fig. 8 に, (14), (15)式を用いて補正した *g_{cor}(B)*と, 直流 ヒステリシスの実測からの推定値を用いて導出した *g(B)*の 比較を示す.図より,実測からの推定値と *g_{cor}(B)*が概ね一致 していることが了解される.

上述の g_{ave}(B)の補正の妥当性を確認するため,計算したヒ ステリシスループを実測からの推定値と比較検証した. Fig. 9 に,試料 No. 5,6の直流ヒステリシスの実測からの 推定値と計算値を示す.これらの図を見ると,実測からの 推定値と計算値が良好に一致していることから,提案手法 の妥当性が了解される.

4. まとめ

以上,本稿では, 簡略化された LLG 方程式を用いた加工 後の電磁鋼板の磁気特性変化の高圧延加工時における予測 精度向上に関する検討を行った.

その結果,従来の予測手法では,高圧延率において直流 ヒステリシスループの非線形性の表現精度に問題があった が,圧延率に応じた補正係数を用いることで,算定精度が 大幅に向上することを明らかにした.

今後は、補正係数と圧延率の関係式の導出、並びに磁気特 性予測を行う予定である.次いで、種々の材料についても 同様に、補正による予測精度向上が可能であるかどうか、 検証を行う予定である.さらに、本提案手法を用いて予測

した加工後の電磁鋼板の磁気特性を,モータ等の電気機器 の解析・設計に適用する予定である.

謝辞 本研究の一部は、特別研究員奨励費(JP19J20572) の交付を得て行った.

References

- A. Furuya, J. Fujisaki, Y. Uehara, K. Shimizu, H. Oshima, Y. Murakami, and N. Takahashi, *The Papers of Joint Technical Meeting* on "Static Apparatus" and "Rotating Machinery", IEE Japan, SA-13-6, RM-13-6 (2013) (in Japanese).
- Y. Hane, K. Nakamura, T. Yoshioka, T. Kawase, and T. Ishikawa, *T. Magn. Soc. Jpn.*, 3, 90 (2019) (in Japanese).
- 3) J. Kitao, K. Hashimoto, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Masuo, *The Papers of Joint Technical Meeting on "Static Apparatus" and "Rotating Machinery", IEE Japan*, SA-12-16, RM-12-16 (2012) (in Japanese).
- S. Doi, T. Aoki, K. Okazaki, Y. Takahashi, and K. Fujiwara, *IEEJ Trans. PE*, **138**, 36 (2018) (in Japanese).
- 5) S. Takahashi, "Jisei to Teni", Kensagijutsu, (2007) (in Japanese).
- T. Yoshioka, K. Fujiwara, and Y. Takahashi, *The Papers of Joint Technical Meeting on "Magnetics" IEE Japan*, SA-19-88, RM-19-108 (2019) (in Japanese).



Fig. 8 Comparison of g(B) derived from estimated values and $g_{cor}(B)$.



Fig. 9 Prediction results of dc hysteresis loops of each test samples by using the simplified LLG Equation when g(B) is corrected.

2019年10月10日受理, 2019年11月22日再受理, 2019年11月26日採録