<Paper>

高周波で励磁される高効率鉄心に適した磁気回路モデル

Magnetic Circuit Model for High-Efficiency Core Magnetized in High-Frequency Range

畠山智行 a)†・中村健二 b)

a)株式会社 日立製作所 エネルギービジネスユニット,茨城県日立市国分町一丁目1番1号(〒316-8501)
b)東北大学 大学院工学研究科,仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11(〒980-8579)

T. Hatakeyama ^{a)†} and K. Nakamura ^{b)}

^{a)} Hitachi, Ltd. Energy Business Unit, *1-1 Kokubu-cho, 1-chome, Hitachi-shi, Ibaraki-ken, 316-8501, Japan* ^{b)} Graduate School of Engineering, Tohoku University, *6-6-11 Aoba, Aramaki, Aoba-ku, Sendai, Miyagi 980-8579, Japan*

This paper presents a magnetic circuit model applicable for high-efficiency cores such as cores made from nanocrystalline soft magnetic material and ferrite. The conventional magnetic circuit model that considers the iron loss components needs data obtained from measuring DC hysteresis loops; however, this measurement is not easy in the case of high-efficiency cores. To tackle this issue, we propose a magnetic circuit model without the need for DC hysteresis loop data. With this method, a DC hysteresis loop is modeled by subtracting eddy current loss and anomalous eddy current loss from a hysteresis loop at an arbitrary frequency. The proposed method was experimentally verified, and the results show that the calculated and measured iron loss values match.

Keywords: Iron loss, magnetic circuit, nanocrystalline soft magnetic material.

1. はじめに

電動車両やその充電器に用いられている DC-DC コンバータは、 直流配電・直流送電システムへの応用が期待されている. その実現 のためには、DC-DC コンバータのさらなる大容量化・高効率化が 必要である¹⁾. DC-DC コンバータの主たる損失源であるパワーデ バイスについては、その低損失化に不断の努力が払われており、炭 化ケイ素 (SiC) や窒化ガリウム (GaN) といったワイドギャップ 化合物半導体の開発が進展している. その一方で、リアクトルや高 周波変圧器といった磁性部品の進展は限定的である. その理由の 1つとして、波形や周波数によって変化する鉄心の損失特性を高 精度に模擬できていないことが挙げられる. 昨今の開発・設計現場 では、電気回路シミュレータの使用が広く浸透していることから、 電気回路シミュレータに適用可能な鉄心の等価回路モデルの開発 が望まれる.

鉄心特性をモデル化する手法として磁気回路法が知られている. 磁気回路法は、電気回路における電圧と電流の関係と同様に起磁 力と磁束を取り扱う手法である³.これまでに筆者らは、波形や周 波数によらず鉄損を高精度に模擬することを目的として、鉄損を ヒステリシス損、渦電流損、異常渦電流損に分解し、それぞれの損 失要素を足し合わせる磁気回路モデルを提案した.そして、3%方 向性ケイ素鋼板、およびアモルファス合金を対象としてその適用 性を検証してきた^{3,4}.

上述の磁気回路モデルは、ヒステリシス損と磁気特性の非線形 性を模擬するため、渦電流損、異常渦電流損を無視できるほど低い 周波数で測定したヒステリシスループの実測値を用いている.し かし、ナノ結晶軟磁性材やフェライトをはじめとする高周波で励 磁される高効率鉄心の場合、ヒステリシス損が小さいため、汎 用の測定器で低周波における正確なヒステリシスループを 取得することは容易ではなく、誤差が生じやすい.

そこで本稿では、このような低周波におけるヒステリシスループの実測が不要な磁気回路モデルについて検討し、3%方向性ケイ

素鋼板,およびナノ結晶軟磁性材を対象にその適用性を検証した ので報告する. なお,以降では,渦電流損,異常渦電流損を無視で きるほど低い周波数におけるヒステリシスループを直流ヒステリ シスループと呼称する.

2. 従来の磁気回路モデル

2.1 原理

鉄損をヒステリシス損,渦電流損,異常渦電流損に分解する従来の磁気回路モデルの概要を説明する.鉄損Wiは、ヒステリシス損Wh,渦電流損We,異常渦電流損Waを用いて次式で表される⁵.

$$W_{\rm i} = W_{\rm h} + W_{\rm e} + W_{\rm a} \tag{1}$$

最大磁束密度を B_m ,励磁周波数をfとすると、一周期あたりの 鉄損 $W_i f ti(1)$ 式から次式のように表される.

$$W_{\rm i}/f = W_{\rm h}/f + A_{\rm e}B_{\rm m}^2f + A_{\rm a}B_{\rm m}^{1.5}f^{0.5}$$
 (2)

ここで、A。A。はそれぞれ渦電流損、異常渦電流損に対応する係数 である.実際には、高周波域では渦電流損が支配的であることが想 定され、表皮効果の影響を考慮すべきと考えられるが、今回はその 第一次近似として、鉄心内の磁束密度が一様であると仮定した.

(2)式を満たすように磁界強度*H*と磁束密度*B*の関係を決定すると、次式が得られる^{3,4}.

$$H = \begin{cases} g_{\rm up}(B_{\rm m}, B) + \gamma_1 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} + \gamma_2 \left| \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \right|^{0.5} & \left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \ge 0 \right) \\ g_{\rm dw}(B_{\rm m}, B) + \gamma_1 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} - \gamma_2 \left| \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \right|^{0.5} & \left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} < 0 \right) \end{cases}$$
(3)

ここで、 $g_{up}(B_m, B)$ 、 $g_{dw}(B_m, B)$ はそれぞれ正の磁化過程(dB/ $dt \ge 0$)、負の磁化過程(dB/dt < 0)に対応する直流ヒステリシスループの関数である. γ_1, γ_2 はそれぞれ渦電流損、異常 渦電流損の係数である. Fig. 1 (a)、(b)に、(3)式でモデル化 したヒステリシスループとそれに対応する鉄損曲線(W_{iff} f特性)の模式図をそれぞれ示す. 同図(a)において、破線が



Fig. 1 Schematics of hysteresis loop and corresponding iron loss characteristic considering loss components.



Fig. 2 Schematic of conventional magnetic circuit model considering iron loss components.

 $g_{up}(B_m, B)$, 一点鎖線が $g_{dw}(B_m, B)$ にそれぞれ対応する. 励磁 周波数fにおけるヒステリシスループは, $g_{up}(B_m, B)$, $g_{dw}(B_m, B)$ で形成される直流ヒステリシスループが $\gamma_1(dB/dt)$, および $\gamma_2|dB/dt|^{0.5}$ だけ膨らんだループであると解釈することがで きる. $\gamma_1(dB/dt)$, および $\gamma_2|dB/dt|^{0.5}$ によって膨らんだ部分の 面積はそれぞれ W_eff , W_aff に相当する.

Fig. 2 に, (3)式による磁気回路モデルと電気回路との連 成回路を示す.ここに示す電気-磁気連成回路は,平均磁 路長 *l*,有効断面積 *S*の鉄心に巻数 *N*,巻線抵抗 *r*のコイル を巻き,その両端に交流電圧 *v*を印加したときに電流 *i* が 流れる場合を模擬したものである.磁気回路において,従 属電源 Uh が直流ヒステリシスループを,大きさ γ1 のイン ダクタンスが渦電流損に相当するヒステリシスループの膨 らみを,そして従属電源 Ua が異常渦電流損に相当するヒス



Fig. 3 Waveforms of magnetic flux density.

テリシスループの膨らみをそれぞれ模擬している. (3)式に 示したように, *H* の計算には dB/dt の符号による場合分け が必要である.磁気回路において,磁束密度波形を微分し て得られる dB/dt の波形からその符号を判定し,dB/dt が正 ならば従属電源 U_hに g_{up}(B_m, B)を与え,dB/dt が負ならば, g_{dw}(B_m, B)を与える.g_{up}(B_m, B),g_{dw}(B_m, B)には実測した直流 ヒステリシスループのルックアップテーブルを用いる.異 常渦電流損に関しても同様にして,dB/dt が正ならば従属電 源 U_a (τ_{γ2}|dB/dt|^{0.5}を与え,負ならば-γ2|dB/dt|^{0.5}を与える.

2.2 係数γ₁, γ₂の導出方法

一周期あたりの鉄損 Wiff は、ヒステリシスループの面積に相当 することから次式で表される.

$$W_{\rm i}/f = \frac{1}{q} \int_{B(t=0)}^{B(t=T)} H \mathrm{d}B \tag{4}$$

ここで q は鉄心の質量密度, T は励磁周期である. (3)式を(4)式に 代入すると, 次式が得られる.

$$W_{\rm i}/f = \frac{1}{q} \int_{B(t=0)}^{B(t=T)} \left\{ g(B_{\rm m}, B) + \gamma_1 \frac{{\rm d}B}{{\rm d}t} + \gamma_2 \left| \frac{{\rm d}B}{{\rm d}t} \right|^{0.5} \right\} {\rm d}B \quad (5)$$

(5)式において, 直流ヒステリシスループの関数 g(Bm, B)の 一周期にわたる定積分はヒステリシス損 Wh/fに相当するこ とを考慮すると, 次式が得られる.

$$W_{\rm i}/f = W_{\rm h}/f + \frac{1}{q} \int_{B(t=0)}^{B(t=T)} \left\{ \gamma_1 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} + \gamma_2 \left| \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \right|^{0.5} \right\} \mathrm{d}B \qquad (6)$$

(6)式をさらに展開するためには, dB/dt の波形による場合 分けが必要である. Fig. 3 に磁束密度波形の一例を示す. 磁 束密度を微分して得られる理想的な dB/dt は, その波形が 余弦波の場合は(7)式, 方形波の場合は(8)式でそれぞれ表さ れる.

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = \omega B_{\mathrm{m}} \cos(\omega t) \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = \begin{cases} 4B_{\mathrm{m}}f & (0 < t \le T/2) \\ -4B_{\mathrm{m}}f & (T/2 < t \le T) \end{cases}$$
(8)



Fig. 4 Schematic of hysteresis loop considering loss components.

(7)式,(8)式をそれぞれ(6)式に代入すると,(9)式,(10)式が得られる.なお,(9)式の導出における|cos(ωt)|^{1.5}の定積分は数値 積分で求めた.

$$W_{\rm i}/f = W_{\rm h}/f + \frac{2\pi^2 \gamma_1}{q} B_{\rm m}^2 f + \frac{8.763 \gamma_2}{q} B_{\rm m}^{1.5} f^{0.5} \qquad (9)$$

$$W_{\rm i}/f = W_{\rm h}/f + \frac{16\gamma_1}{q}B_{\rm m}^2 f + \frac{8\gamma_2}{q}B_{\rm m}^{1.5} f^{0.5} \tag{10}$$

したがって,実測した Wiff-f特性に対して,(9)式,または(10) 式を用いて近似することで,γι,γ2を決定することができる.

3. 高効率鉄心に適した磁気回路モデルの提案

前章の従来の磁気回路モデルは、直流ヒステリシスループの実 測が必要不可欠である.しかし、ナノ結晶軟磁性材のようなヒ ステリシス損が極めて小さい材料の場合、正確な直流ヒス テリシスループを測定することは必ずしも容易ではない. このような高周波で励磁されることが一般的な鉄心に適し た磁気回路モデルを構築するため、直流ヒステリシスルー プの実測を不要とする磁気回路モデルをここに提案する.

はじめに、周波数 f'におけるヒステリシスループの実測 値から直流ヒステリシスループを計算する方法を説明する. Fig.4 にf'におけるヒステリシスループの模式図を示す.f' におけるヒステリシスループの関数を g'(Bm, B)とすると、 直流ヒステリシスループの関数 g(Bm, B)は、g'(Bm, B)から渦 電流損分の膨らみに相当するγ1(dB'/dt)と、異常渦電流損分 の膨らみに相当するγ2|dB'/dt|^{0.5}を減じることで求められる. したがって、g(Bm, B)は次式で表される.

$$\begin{cases} g_{\rm up}(B_{\rm m},B) = g'_{\rm up}(B_{\rm m},B) \\ -\gamma_1 \frac{{\rm d}B'}{{\rm d}t} - \gamma_2 \left| \frac{{\rm d}B'}{{\rm d}t} \right|^{0.5} \quad \left(\frac{{\rm d}B'}{{\rm d}t} \ge 0 \right) \\ \begin{cases} \\ g_{\rm dw}(B_{\rm m},B) = g'_{\rm dw}(B_{\rm m},B) \\ \\ -\gamma_1 \frac{{\rm d}B'}{{\rm d}t} + \gamma_2 \left| \frac{{\rm d}B'}{{\rm d}t} \right|^{0.5} \quad \left(\frac{{\rm d}B'}{{\rm d}t} < 0 \right) \end{cases}$$
(11)

次に,任意の周波数 f におけるヒステリシスループは(3) 式を用いて計算できる. (11)式を(3)式に代入すると次式が得ら れる.



Fig. 5 Schematic of proposed magnetic circuit model without need for DC hysteresis loop data.

$$\begin{cases} g'_{up}(B_{m},B) - \gamma_{1} \frac{dB'}{dt} - \gamma_{2} \left| \frac{dB'}{dt} \right|^{0.5} \\ + \gamma_{1} \frac{dB}{dt} + \gamma_{2} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{0.5} \quad \left(\frac{dB}{dt} \ge 0 \right) \\ \\ g'_{dw}(B_{m},B) - \gamma_{1} \frac{dB'}{dt} + \gamma_{2} \left| \frac{dB'}{dt} \right|^{0.5} \\ \\ \left(+ \gamma_{1} \frac{dB}{dt} - \gamma_{2} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{0.5} \quad \left(\frac{dB}{dt} < 0 \right) \end{cases}$$
(12)

Fig. 5 に(12)式に基づいた磁気回路モデルの模式図を示す. f'におけるヒステリシスループ g'(Bm, B)をルックアップテ ーブルとして従属電源 U'iに与え,従属電源 U'e, U'aにより f'における渦電流損,異常渦電流損を減ずる.すなわち,従 属電源 U'i, U'e, U'aの和が直流ヒステリシスループを表し ている.

以上のことから、 γ1, γ2が既知であり、かつf'におけるヒス テリシスループの実測値があれば、直流ヒステリシスループ、 および任意の周波数におけるヒステリシスループを計算す ることができる.

実験による検証

Fig. 5 に示した磁気回路モデルを次に示す 2 段階の方法 で検証した.はじめに、3%方向性ケイ素鋼板を対象に、ヒ ステリシス損の割合が比較的大きい低周波における鉄損お よびヒステリシスループを計算し、実測値と一致するか検 証した.次に、ナノ結晶軟磁性材を対象に、高周波におけ る鉄損およびヒステリシスループを計算し、実測値と一致 するか検証した.

4.1 実験方法

Table 1 に検証に用いたカットコアの諸元を, Fig. 6 にその形状・寸法を示す. d は薄帯厚, B₁₀ は磁界強度を 1000 A/m としたときの最大磁東密度, M は質量である. 3%方向性ケイ素鋼板, ナノ結晶軟磁性材のどちらのカットコアについ

Table 1 Specifications of magnetic core under test.

Material	<i>d</i> (µm)	$B_{10}(T)$	M(kg)	<i>l</i> (m)	$S(m^2)$	$q (kg/m^3)$
3% grain-oriented silicon steel	230	2.16	0.691	0.244	0.000399	7.098×10^{3}
Nanocrystalline soft magnetic material	18	1.22	0.574	0.244	0.000327	7.194×10^{3}





Fig. 7 Configuration of iron loss evaluation system.

ても、薄帯を巻き重ねて固着した巻鉄心をカットしたもの であり、形状、寸法は等しい. 励磁巻線には、励磁電流に よる電圧降下を十分無視できるほどの断面積と素線径を有 する撚線を使用した. 励磁巻線およびサーチコイルを鉄心 の脚部に挿入したあと、非磁性のバンドでカットコアを固 定した. このとき、応力による鉄損の変化を排除するため、 バンドの締め付けトルクは 0.5 N·m とした.

Fig. 7 に鉄損評価システムを示す. 500 Hz 以上の周波数 における鉄損を測定する際にはフルブリッジ回路を,それ 未満の周波数の場合にはバイポーラ電源を励磁回路として それぞれ用いた.励磁巻線を流れる電流 i_Lと,サーチコイ ルの両端電圧 v_Lをオシロスコープで取得し,次式により Wiffを算出した.

$$W_{\rm i}/f = \frac{1}{M} \frac{1}{N_2} \int_0^T v_{\rm L} \cdot i_{\rm L} \mathrm{d}t \tag{13}$$

ここで, N₁, N₂はそれぞれ励磁巻線, サーチコイルの巻数 である.鉄損の温度特性による影響を考慮して,鉄心の温 度上昇が3度未満となる範囲で測定を実施した.

4.2 3%方向性ケイ素鋼板カットコアの検証結果

Fig. 8 に 3%方向性ケイ素鋼板カットコアの $W_{i}/f - f$ 特性 を示す.シンボルは実測値,実線は(10)式による最小二乗近似曲線 を表す. (10)式による近似の結果, $\gamma_1 = 6.22 \times 10^{-3}$, $\gamma_2 = 4.61 \times 10^{-1}$ が得られた. Fig. 8 から,近似曲線は実測値と良好に一致し ていることが認められる.ここで, f'は 500 Hz と設定した.

MATLAB[®]/Simulink[®]上に磁気回路モデルを構築し、ヒス



Fig. 8 Wi/f-f curves of 3% grain-oriented silicon steel.

テリシスループ,および鉄損を計算した. Fig.9(a)に, f を 500 Hz, Bmを 0.8, 1.0, 1.2 T としたときのヒステリシスルー プを示す.実線が実測で得られたヒステリシスループ,点 線が磁気回路で計算したヒステリシスループである.実測 したヒステリシスループと計算したヒステリシスループは ほぼ一致している. Bmを 1.0 T とした場合の鉄損の計算値 と実測値はそれぞれ 20.98 mJ/kg, 20.99 mJ/kg であり, 鉄損 についてもほぼ一致している. Fig.9(b)~(d)は, fを10Hz とし, Bm をそれぞれ 0.8, 1.0, 1.2 T としたときのヒステリシ スループである.後述する最大磁束密度近傍に見られるス パイクを除けば、計算したヒステリシスループは実測した ヒステリシスループと良好に一致している. Bmを 1.0 T と した場合の鉄損の計算値,実測値はそれぞれ 4.28 mJ/kg, 4.35 mJ/kg であり, 鉄損についても良好に一致しているこ とが認められる.以上のことから,f"におけるヒステリシス ループからヒステリシス損の割合が比較的大きい低周波に おけるヒステリシスループを計算できることを確認した.

ここで, Fig. 9 (b)~(d)において, 計算したヒステリシス ループの最大磁束密度近傍に見られるスパイクの原因につ いて考察する. 解析における励磁電圧は,実測した際の励 磁電圧をルックアップテーブルとして与えている. 一方, 鉄損を測定する際には, f'とした 500 Hz の場合にはフルブ リッジ回路を, 10 Hz の場合にはバイポーラ電源をそれぞ れ励磁回路として用いている.フルブリッジ回路に比べて, バイポーラ電源の電圧反転速度は遅いため, dB/dt の符号が 反転する前後における dB/dt の計算値は実際のそれよりも 小さい. したがって, dB/dt の符号が反転する前後, すなわ ちヒステリシスループの頂点近傍において, 差し引くべき 交流損失が実際のそれよりも小さくなり, この差がスパイ クとして現れたと考えられる. 一方で, 鉄損の計算値,実



Fig. 9 Measured and calculated hysteresis loop of 3% grainoriented silicon steel.

測値は良好に一致していることから、このスパイクが鉄損 の計算に与える影響は小さいといえる.

4.3 ナノ結晶軟磁性材カットコアの検証結果

Fig. 10 にナノ結晶軟磁性材カットコアの鉄損特性を示す. シンボルは実測値,実線は(10)式による最小二乗近似曲線を表 す. f'は 1 kHz と設定した. (10)式による近似の結果, γ_1 = 1.78×10⁻⁴, γ_2 =2.21×10⁻³が得られた.得られた γ_1 , γ_2 を磁気 回路モデルに適用し,ナノ結晶軟磁性材のヒステリシスル ープおよび鉄損を計算した.

Fig. 11 から Fig. 13 にかけて,各種条件下の電圧・電流波 形およびヒステリシスループを示す.いずれの条件におい



Fig. 10 *W_i/f-f* curves of nanocrystalline soft magnetic material.



Fig. 11 Measured and calculated waveforms in case of nanocrystalline soft magnetic material (f = 1 kHz, $B_m = 0.8 \text{ T}$).

ても、電圧・電流、およびヒステリシスループの計算波形 は実測波形と良好に一致している.

鉄損の比較結果については以下の通りである. はじめに, Fig. 11 の条件である f = 1 kHz, $B_m = 0.8$ T における Wiff の計 算値,実測値は,それぞれ 1.02 mJ/kg, 1.09 mJ/kg である. 次に, Fig. 12 の条件である f = 2 kHz, $B_m = 0.2$ T における Wiff の計算値,実測値はそれぞれ 0.96 mJ/kg, 0.87 mJ/kg である. そして, Fig. 13 の条件である f = 5 kHz, $B_m = 0.8$ T における Wiff の計算値,実測値はそれぞれ 2.12 mJ/kg, 2.15 mJ/kg で ある. いずれの条件においても, Wiff の計算値は実測値と 良好に一致した.



Fig. 12 Measured and calculated waveforms in case of nanocrystalline soft magnetic material (f = 2 kHz, $B_m = 0.2 \text{ T}$).

以上のことから,提案する磁気回路モデルを用いて高周 波におけるナノ結晶軟磁性材カットコアのヒステリシスル ープおよび鉄損を良好に計算できることを明らかにした.

6. まとめ

以上,本稿では、ナノ結晶軟磁性材やフェライトなど,高周波で 励磁される高効率鉄心に適した磁気回路モデルについて検討した. 従来の磁気回路モデルでは、直流ヒステリシスループの実測値が 必要であった.しかし、高効率鉄心の正確な直流ヒステリシスルー プを測定することは必ずしも容易ではない.この問題を解決する ため、任意の周波数におけるヒステリシスループから渦電流損,異 常渦電流損を差し引いて直流ヒステリシスループの代用とする方 法を考案した.実験による検証の結果、高周波における鉄損を精度 良く計算できることを明らかにした.本手法は、ナノ結晶軟磁性材



Fig. 13 Measured and calculated waveforms in case of nanocrystalline soft magnetic material ($f = 5 \text{ kHz}, B_m = 0.8 \text{ T}$).

やフェライトのみならず、今後市場投入が期待されるさらなる高 効率鉄心にも適用可能である.本手法を用いることで、大容量・高 効率 DC-DC コンバータに適した磁性部品の開発が加速すること を期待する.

References

- 1) K. Kurita, T. Hatakeyama, and M. Kimura: *T. Magn. Soc. Jpn. (Special Issues)*, **2**, 20 (2018) (in Japanese).
- 2) K. Nakamura, and O. Ichinokura: *IEEJ Trans. FM*, **126**, 150 (2006) (in Japanese).
- 3) K. Fujita, K. Nakamura, and O. Ichinokura: J. Magn. Soc. Jpn., 37, 44 (2013) (in Japanese).
- K. Nakamura, K. Fujita, and O. Ichinokura: *IEEE Trans. Magn.*, 49, 3997 (2013).
- 5) G. Bertotti: IEEE Trans. Magn, 24, 621 (1988).

2019年10月10日受理, 2019年11月25日採録