

## LLG 方程式を用いた鉄心加工に伴う磁気特性変化の予測手法

Prediction Method of Magnetic Properties in Magnetic Core due to Machining Process  
by using LLG Equation羽根 吉紀<sup>a)†</sup>・中村 健二<sup>a)</sup>, 吉岡 卓哉<sup>b)</sup>・川瀬 剛志<sup>b)</sup>・石川 智一<sup>b)</sup><sup>a)</sup>東北大学 大学院工学研究科, 仙台市青葉区青葉 6-6-11 (〒980-8579)<sup>b)</sup>(株)デンソー, 愛知県刈谷市昭和町 1-1 (〒448-8661)Y. Hane<sup>a)†</sup>, K. Nakamura<sup>a)</sup>, T. Yoshioka<sup>b)</sup>, T. Kawase<sup>b)</sup>, and T. Ishikawa<sup>b)</sup><sup>a)</sup>Tohoku University, Graduate School of Engineering, 6-6-11 Aoba Aramaki Aoba-ku, Sendai 980-8579, Japan<sup>b)</sup>DENSO CORPORATION., Inc., 1-1 Showacho, Kariya, Aichi 448-8661, Japan

An analytical method taking deterioration of magnetic core due to machining process into consideration and finding the optimum processing method are essential to development of high-efficiency electric machines. In a previous paper, simplified Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) equation, which expresses the behavior of magnetizations inside the magnetic core, was used for calculating magnetic properties of the electromagnetic steel sheet. It was demonstrated that the proposed method can express the dynamic behavior of the magnetic core including manor loops. This paper presents a novel prediction method of magnetic properties in the machined magnetic core by using the simplified LLG equation.

**Key words:** Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) equation, hysteresis loop, magnetic properties prediction

## 1. はじめに

近年, 地球環境保全および省エネルギーの観点から, 高効率な電気機器の開発が望まれている. ここで, モータなどの電気機器の鉄心材料に使用される電磁鋼板は, 製造工程における加工の際, 結晶粒に歪みが生じ, この影響で磁気特性が変化し, 機器の性能が低下することが知られている. したがって, 電気機器の高効率化のためには, 加工による磁気特性の変化まで考慮した解析手法の確立, 並びに鉄心材料の最適な加工法の構築が必要不可欠である. しかしながら, 任意の鉄心材料の加工後のヒステリシスループを実測することは, 必ずしも容易ではないことから, 何らかの方法による推測が必要である.

磁気特性の表現手法は, 主に物理モデルと現象論的モデルに大別される. その中で, 物理モデルの一つである Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程式を用いる手法は, 磁性体内部の微小な磁化の挙動や分布まで表現可能であり, 磁壁や磁気異方性, 磁化同士の相互作用など, ミクロな磁気現象を詳細に模擬できる. しかしながら, 解析モデルが大規模になるため, 一般に電気機器の解析には適用困難である. これに対して文献 1)では, 磁壁を直接考慮しないなど, いくつかの仮定を設けることで, 電磁鋼板の磁気特性を表現する手法が提案されている. 先に筆者らは, この簡略化された LLG 方程式を磁気回路モデルに組み込むことで, マイナーループまで含めた鉄心の動的な挙動を精度良く模擬できることを明らかにした<sup>2)</sup>.

本稿では, この簡略化された LLG 方程式を用いて, 加工前後の磁気特性から任意の圧延を施した電磁鋼板の磁気特性を推定する手法について検討を行ったので報告する.

## 2. 簡略化の仮定を取り入れた LLG 方程式

本章では, LLG 方程式の原理, 並びに文献 1)で提案された簡略化の仮定について述べる.

LLG 方程式による磁化分布の解析においては, 解析領域を複数の要素に分割して各要素を磁化ベクトル  $\mathbf{M}_i$  で表し, これらの挙動を次に示す LLG 方程式を用いて解くことで, 磁性体内の磁化分布を求めることができる.

$$\frac{d\mathbf{m}_i}{dt} = -\gamma(\mathbf{m}_i \times \mathbf{H}_{eff}) + \alpha(\mathbf{m}_i \times \frac{d\mathbf{m}_i}{dt}) \quad (i=1 \sim n) \quad (1)$$

ここで,  $\mathbf{m}_i = (m_{ix}, m_{iy}, m_{iz})$  は大きさが1になるように規格化された磁化ベクトルであり, 飽和磁化  $M_s$  を用いて  $\mathbf{m}_i = \mathbf{M}_i / M_s$  で与えられる. また,  $\gamma = 2.21 \times 10^5$  m/(A·s) はジャイロ磁気定数,  $\alpha = 1$  は Gilbert の損失定数と呼ばれる無次元数,  $\mathbf{H}_{eff}$  は有効磁界である.

一般に, LLG 方程式における有効磁界  $\mathbf{H}_{eff}$  は次式で与えられる.

$$\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H}_{app} + \mathbf{H}_{ani} + \mathbf{H}_{mag} + \mathbf{H}_{exc} \quad (2)$$

ここで,  $\mathbf{H}_{app}$  は印加磁界,  $\mathbf{H}_{ani}$  は異方性磁界,  $\mathbf{H}_{mag}$  は静磁界,  $\mathbf{H}_{exc}$  は交換磁界である. これらの磁界をすべて考慮することで, 結晶粒よりもさらに小さい磁区や磁壁を含む, 磁化の詳細な挙動や分布を求めることができる. しかしながら,

本手法をそのまま電気機器の解析に適用することは、計算機容量や計算時間の観点から事実上不可能である。また、実際の電磁鋼板の磁気ヒステリシスは、磁歪による磁気弾性効果や内部応力、材料に含まれる不純物や結晶の格子欠陥など、様々な要因の影響を受けることから、これらを正確に解析に取り入れることは必ずしも容易ではない。

上述の問題に対し、文献 1)ではいくつかの仮定を設けることで、実用的な計算時間で精度良く電磁鋼板の磁気ヒステリシスを計算する手法が提案されている。具体的には、まず、本来は多磁区構造を有する結晶粒を、単磁区構造とみなすことで、磁壁の移動を表す交換磁界を無視する。一方で、交換磁界を無視したことによって、磁壁移動による磁化反転が表現できなくなった代わりに、異方性磁界の強さを表す係数を物理定数よりも小さくすることで、磁化を反転しやすくしている。また、本来であれば、各々の磁化に作用する静磁界は場所によって異なるが、これらをすべて計算することは、計算時間の観点から実用的ではないことから、全磁化の平均値を用いて近似的に与えている。さらに、上述の静磁界による影響に加えて、磁歪による磁気弾性効果や格子欠陥などの影響を、文献 1)では磁気弾性エネルギー $E_{ela}$ による磁界 $H_{ela}$ と称して有効磁界に加えている。したがって、文献 1)における有効磁界は以下の式で与えられる。

$$\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H}_{app} + \mathbf{H}_{ani} + \mathbf{H}_{ela} \quad (3)$$

(3)式の異方性磁界 $H_{ani}$ は、以下の式で表される。

$$\mathbf{H}_{ani} = -\frac{1}{M_s} \frac{\partial E_{ani}}{\partial \mathbf{m}_i} \quad (4)$$

$$E_{ani} = \frac{h_{ani} M_s}{2} (a_1^2 a_2^2 + a_2^2 a_3^2 + a_3^2 a_1^2) \quad (5)$$

ここで、 $E_{ani}$ は異方性エネルギーである。 $h_{ani}$ は異方性磁界係数であり、先述の理由から物理定数よりも小さい値を与えている。また、 $a_1, a_2, a_3$ は各要素の磁化容易軸に対する方向余弦である。

(3)式の磁気弾性エネルギーによる磁界 $H_{ela}$ は、以下の式で与えられている。

$$\mathbf{H}_{ela} = -\frac{1}{M_s} \frac{\partial E_{ela}}{\partial \mathbf{m}_i} \quad (6)$$

$$E_{ela} = \sum_{j=1}^n b_{2j} m^{-2j} \quad (7)$$

$$\bar{m} = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_{ix}\right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_{iy}\right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_{iz}\right)^2} \quad (8)$$

ここで、 $b_2 \sim b_{2n}$ は係数である。(8)式を見るとわかるように、文献 1)において、 $E_{ela}$ は様々な要因に由来する磁化同士の相互作用を考慮するために、平均規格化磁化 $\bar{m}$ の偶数次の項だけを持つべき級数で与えられている。したがって、(6)式の磁界は、平均規格化磁化 $\bar{m}$ の奇数次の項だけを持つべき級数となることから、主として磁気特性の非線形性を表していることがわかる。

### 3. LLG 方程式を用いた加工に伴う磁気特性変化予測

Table 1 および Fig. 1 に、それぞれ測定に用いた試料の諸元および寸法を示す。試料 No. 0 は、無加工の材料である。一方、試料 No. 1~4 は、試料 No. 0 に対してそれぞれ異なる大きさの圧延が施されている。ここで、表 1 に示す圧延率とは、加工前の試料の板厚に対する加工後の板厚の減少率を指す。

Fig. 2 に、各試料の最大磁束密度 1.0 T における直流ヒステリシスループの実測値を示す。なお、これらの直流ヒステリシスループは、文献 3)で提案された手法を用いて、周波数 50, 100, 200 Hz におけるヒステリシスループの実測値より導出した。この図を見ると、圧延されることでループの形状が元の状態から大きく変化することがわかる。

ここで、鉄心材料の無加工時の磁気特性を元に加工後の磁気特性を予測するにあたり、本稿では LLG 方程式のパラメータと圧延率の關係に着目する。Fig. 3 に、LLG 方程式のパラメータとヒステリシスループの形状との対応關係を示す。図に示すように、異方性磁界係数 $h_{ani}$ は、保磁力に比例するパラメータである。また、磁気弾性エネルギーの係数 $b_2 \sim b_{2n}$ は、ヒステリシスループの非線形性を表現するパラメータであり、同図の第 1 象限の上昇曲線の形状から求まる。LLG 方程式の各パラメータと圧延率の關係を導出するために、各試料の直流ヒステリシスの実測からの推定値からパラメータを算出した。

Table 1 Specifications of test samples.

Sample No.		0	1	2	3	4
Rolled ratio	%	0	3	6	9	12
Density	kg/m <sup>3</sup>	7600				

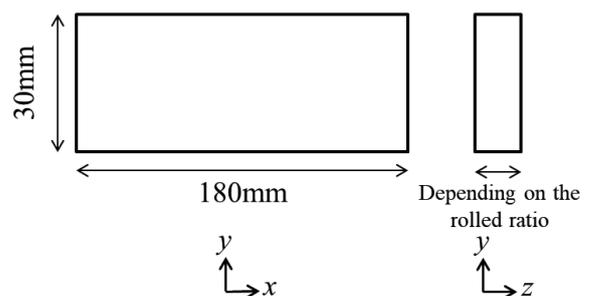


Fig. 1 Dimensions of the test samples.

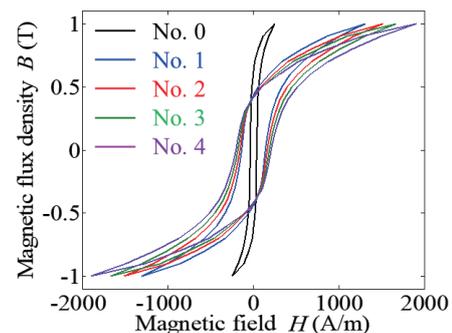
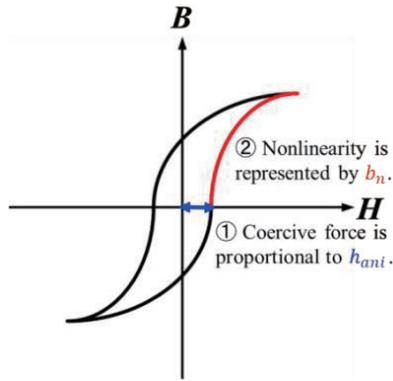


Fig. 2 Estimated dc hysteresis loops of each sample.



**Fig. 3** Relationship between parameters of the LLG equation and a shape of hysteresis loop.

**Table 2** Parameters of the LLG equation.

No.	0	1	2	3	4
$h_{ani}$	109	404	471	546	611
$b_2$	-1.51	$2.86 \times 10^2$	$3.43 \times 10^2$	$4.41 \times 10^2$	$5.00 \times 10^2$
$b_4$	$8.21 \times 10^2$	$2.24 \times 10^3$	$2.80 \times 10^3$	$3.04 \times 10^3$	$3.65 \times 10^3$
$b_6$	$-1.61 \times 10^4$	$5.76 \times 10^3$	$5.74 \times 10^3$	$6.01 \times 10^3$	$6.12 \times 10^3$
$b_8$	$2.10 \times 10^5$	$-1.24 \times 10^4$	$-1.28 \times 10^4$	$-1.35 \times 10^4$	$-1.42 \times 10^4$
$b_{10}$	$-1.39 \times 10^6$	$9.50 \times 10^3$	$9.60 \times 10^3$	$9.85 \times 10^3$	$1.05 \times 10^4$
$b_{12}$	$5.39 \times 10^6$	-	-	-	-
$b_{14}$	$-1.28 \times 10^7$	-	-	-	-
$b_{16}$	$1.83 \times 10^7$	-	-	-	-
$b_{18}$	$-1.44 \times 10^7$	-	-	-	-
$b_{20}$	$4.78 \times 10^6$	-	-	-	-

Table 2 に、導出した LLG 方程式のパラメータを示す。また、Fig. 4 に、Table 2 に示すパラメータを用いて計算した直流ヒステリシスを示す。これらの図を見ると、各試料の直流ヒステリシスについて、LLG 方程式を用いた計算値は、文献 3) に基づく実測からの推定値と良好に一致していることが了解される。

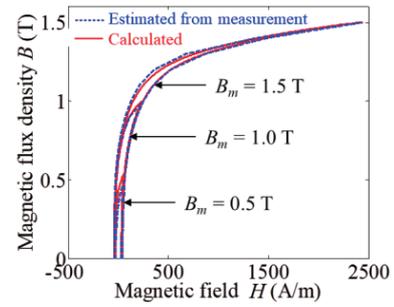
Table 2 の結果より、まずは  $h_{ani}$  の推定について検討を行う。Fig. 5 に、試料 No. 0~4 について算出した  $h_{ani}$  と圧延率  $x$  の関係を示す。この図を見ると、圧延率の増加に伴い、 $h_{ani}$  は単調増加していることがわかる。ここで、任意の圧延率における  $h_{ani}$  を推定するにあたり、加工前後での  $h_{ani}$  の比を圧延率  $x$  の関数  $h_{anir}(x)$  として、次式のように定義する。

$$h_{anir}(x) = \frac{h_{ani}(x)}{h_{ani}(0)} \quad (9)$$

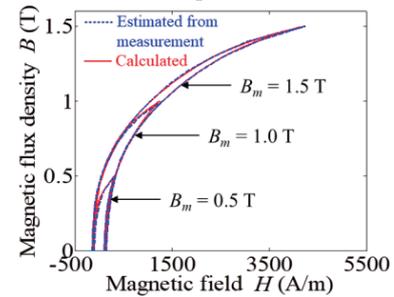
Fig. 6 に、 $h_{anir}(x)$  と圧延率の関係を示す。この図を見ると、圧延率 3~12% において、 $h_{anir}(x)$  はほぼ線形に変化していることがわかる。したがって、 $h_{anir}(x)$  は次に示すような関数で近似することができる。

$$h_{anir}(x) = \alpha x + \beta \quad (10)$$

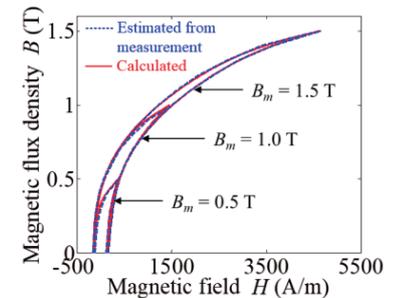
ここでは、 $\alpha = 21.19$ ,  $\beta = 3.05$  と求まる。このように、(10)



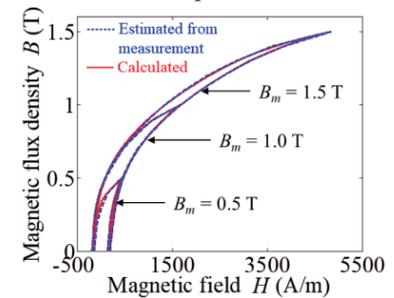
(a) Sample No. 0



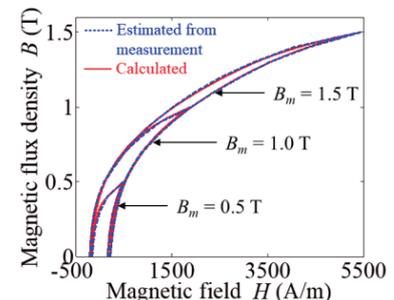
(b) Sample No. 1



(c) Sample No. 2



(d) Sample No. 3



(e) Sample No. 4

**Fig. 4** Comparison of estimated and calculated dc hysteresis of each test sample.

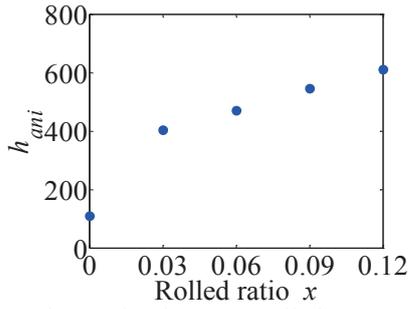


Fig. 5 Relationship between rolled ratio  $x$  and  $h_{ani}$ .

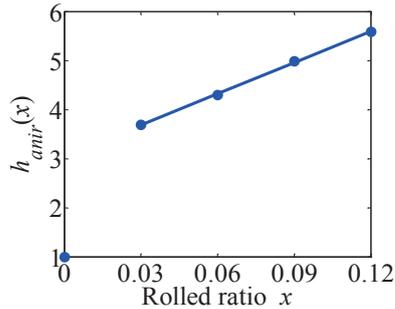


Fig. 6 Relationship between rolled ratio  $x$  and  $h_{anir}(x)$ .

式を用いることで、任意の圧延率における  $h_{ani}$  の値を推定できると考えられる。ただし、無加工と圧延率 3%の間を関数化できるかどうかについては、今後検討を行う必要がある。

次いで、 $b_2 \sim b_{2n}$  の推定について検討を行う。Fig. 7 に、試料 No. 1~4 について算出した  $b_2 \sim b_{10}$  と圧延率  $x$  の関係を示す。この図を見ると、 $h_{ani}$  の場合とは異なり、 $b_2 \sim b_{10}$  は圧延率  $x$  に対して、単調な変化にはなっていないことがわかる。したがって、圧延率を用いて単純な関係式で表すことは困難であることから、 $b_2 \sim b_{2n}$  の予測については、別の視点で考える必要がある。

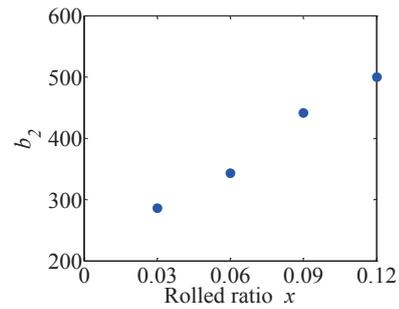
ここで  $b_2 \sim b_{2n}$  は、Fig. 3 に示したように、ヒステリシスループの第 1 象限の上昇曲線の形状を表すパラメータである。したがって、加工した任意の材料について  $b_2 \sim b_{2n}$  を決定するためには、加工後のヒステリシスループの第 1 象限の上昇曲線を予測すればよい。そこで、磁束密度  $B$  の関数  $g(B)$  を以下のように定義する。

$$g(B) = \frac{1}{h_{anir}} \times \frac{H_{pre}(B)}{H_{nonpre}(B)} \quad (11)$$

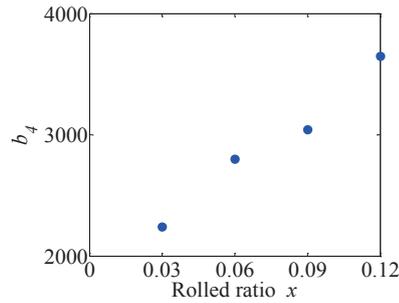
ここで、 $H_{nonpre}(B)$ 、 $H_{pre}(B)$  はそれぞれ、加工前後の試料のヒステリシスループの上昇曲線のうち、磁束密度  $B$  が正の領域における磁界強度である。Fig. 8 に、試料 No. 1~4 のそれぞれについて導出した  $g(B)$  およびその平均値を示す。このように、 $g(B)$  は圧延率によらずほぼ一定の傾向を示すことがわかる。したがって、試料 No. 1~4 の  $g(B)$  の平均  $g_{ave}(B)$  を、以下に示すような多項式で近似する。

$$g_{ave}(B) = aB^5 + bB^4 + cB^3 + dB^2 + eB + 1 \quad (12)$$

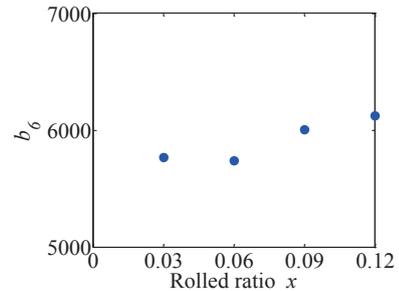
ここでは、Fig. 8 より、 $a=2.16$ 、 $b=-6.37$ 、 $c=5.06$ 、 $d=-1.61$ 、



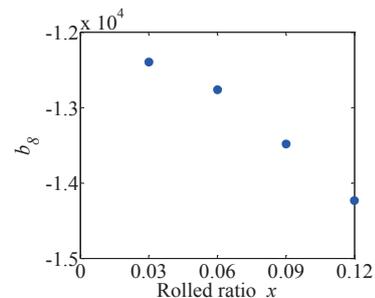
(a)  $b_2$



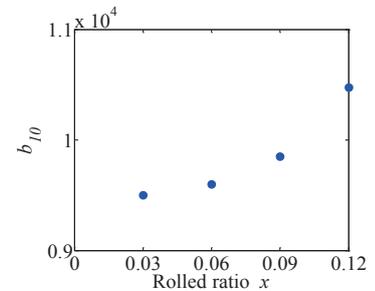
(b)  $b_4$



(c)  $b_6$

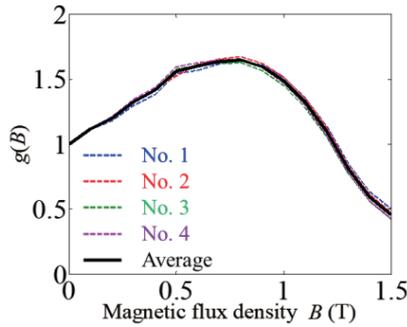


(d)  $b_8$



(e)  $b_{10}$

Fig. 7 Relationship between rolled ratio  $x$  and  $b_2 \sim b_{10}$ .



**Fig. 8** Relationship between magnetic flux density  $B$  and  $g(B)$  of each test sample and average values.

$e = 1.25$  と求まる. これを(11)式に代入して, 次式を得る.

$$H_{pre}(B) = h_{anir} \times H_{nonpre}(B) \times g_{ave}(B) \quad (13)$$

以上より, (13)式を用いて任意の圧延率における磁界強度  $H_{pre}(B)$  を計算することで, 加工後のヒステリシスループの上昇曲線を予測し, そこから  $b_2 \sim b_{2n}$  を決定できると考えられる.

上述の提案手法の妥当性を確認するため, 計算したヒステリシスループを, Fig. 4 に示した実測からの推定値と比較検証した. Fig. 9 に, 試料 No. 1~4 の直流ヒステリシスの実測からの推定値と計算値を示す. これらの図を見ると, 高磁束密度においてわずかに誤差が見られるものの, 実測からの推定値と計算値が概ね一致していることから, 提案手法の妥当性が了解される.

#### 4. まとめ

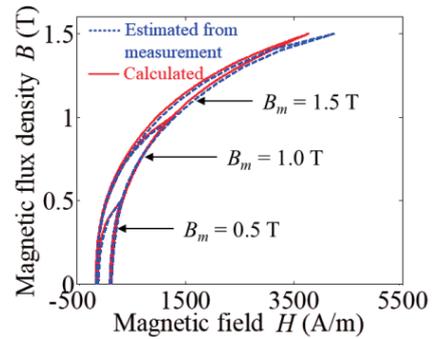
以上, 本稿では, 文献 1) の簡略化された LLG 方程式を用いて, 加工前後の磁気特性から任意の圧延を施した電磁鋼板の磁気特性を推定する手法について検討を行った.

簡略化された LLG 方程式において, ヒステリシスループの形状を決定するパラメータに着目し, 加工前後の各パラメータと圧延率の関係を明らかにするとともに, これを用いて任意の圧延を施した電磁鋼板の磁気特性を精度良く予測する手法を提案した.

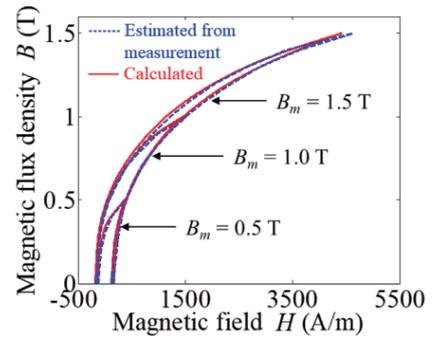
今後は, 提案手法を用いて予測した加工後の磁気特性を, モータ等の電気機器の解析・設計に適用する予定である. さらに, 圧延率 0~3%, 並びに 12% 以上における LLG 方程式のパラメータと圧延率の関係の導出, 並びに磁気特性予測を行う予定である.

#### References

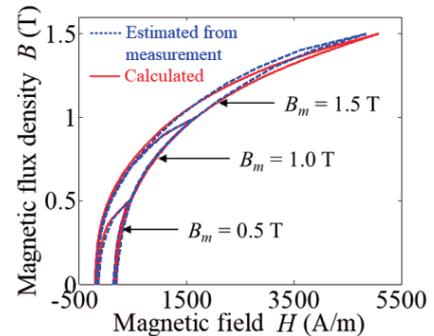
- 1) A. Furuya, J. Fujisaki, Y. Uehara, K. Shimizu, H. Oshima, Y. Murakami, and N. Takahashi, *The Papers of Joint Technical Meeting on "Static Apparatus" and "Rotating Machinery"*, IEE Japan, SA-13-6, RM-13-6 (2013) (in Japanese).
- 2) H. Tanaka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, *IEEEJ Trans. FM*, **134**, 243 (2014) (in Japanese).
- 3) J. Kitao, K. Hashimoto, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Masuo, *The Papers of Joint Technical Meeting on "Static Apparatus" and "Rotating Machinery"*, IEE Japan, SA-12-16, RM-12-16 (2012) (in Japanese).



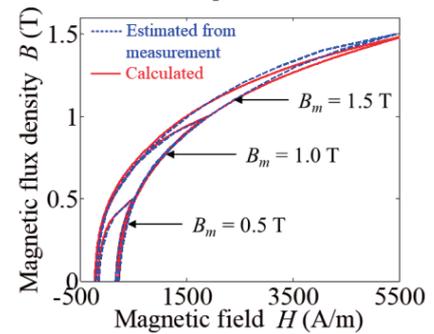
(a) Sample No. 1



(b) Sample No. 2



(c) Sample No. 3



(d) Sample No. 4

**Fig. 9** Prediction results of dc hysteresis loops of each test samples by using the proposed LLG Equation.

2018年10月05日受理, 2018年12月30日採録