# リラクタンスネットワーク解析によるヒステリシスモデリングに関する検討

# Hysteresis Modeling for Reluctance Network Analysis

羽根 吉紀†・田中 秀明・中村 健二

東北大学 大学院工学研究科, 仙台市青葉荒巻字青葉 6-6-11 (〒980-8579)

Y. Hane<sup>+</sup>, H. Tanaka, and K. Nakamura

Tohoku University, Graduate School of Engineering, 6-6-11 Aoba Aramaki Aoba-ku, Sendai 980-8579, Japan

Quantitative estimation of iron loss taking magnetic hysteresis behavior into account is essential to development of high-efficient electrical machines. In our previous papers, we proposed and examined a magnetic circuit model incorporating a play model derived by LLG (Landau-Lifshitz-Gilbert) equation. In this model, dc hysteresis is expressed by the play model which was preliminary obtained from the LLG equation, while ac hysteresis is expressed by magnetic circuit elements. It was proved that the proposed magnetic circuit model can calculate both major and minor hysteresis loops of a ring-core with high accuracy in a short time. In this paper, in order to apply the proposed method for more complicated machines such as electric motors and generators, a novel reluctance network analysis (RNA) model incorporating the play model is presented.

Key words: Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) equation, magnetic circuit model, play model, reluctance network analysis (RNA)

## 1. はじめに

近年,地球環境保全および省エネルギーの観点から,高 効率な電気機器の開発が望まれている.電気機器のさらな る損失低減のためには,磁気ヒステリシスを含む鉄損を定 量的に算定可能な手法の確立が必要不可欠である.

磁気ヒステリシスの表現手法は,主に物理モデルと現象 論的モデルに大別される.その中で,物理モデルの一つで ある Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程式を用いる手法 は,磁性体内部の微小な磁化の挙動や分布まで表現可能で あり,磁壁や磁気異方性,磁化同士の相互作用など,ミク ロな磁気現象を詳細に模擬できる.しかしながら,解析モ デルが大規模になるため,一般に電気機器の解析には適用 困難である.これに対して文献 1)では,磁壁を直接考慮し ないなど,いくつかの大胆な仮定を設けることで,ケイ素 鋼板の磁気ヒステリシスを表現する手法が提案されてい る.

先に筆者らは、上記文献 1)の手法を取り入れた磁気回路 モデルを提案した<sup>2),3)</sup>. すなわち、直流ヒステリシスは文献 1)のLLG 方程式で表し、渦電流損失および異常渦電流損 失は磁気回路の素子で表す.本モデルを用いることで、板 厚の異なるケイ素鋼板およびアモルファス金属のヒステリ シスループ、並びに鉄損を高精度に算定できることを明ら かにした.さらに、PWM 励磁を加えたリングコアについて、 マイナーループを含む磁気ヒステリシスや電流波形の計算 値と実測値の比較を行い、本手法の妥当性と有用性を明ら かにした<sup>4)</sup>. ただし、LLG 方程式を用いる手法は、本質的 にヒステリシスの計算に繰り返し収束演算が必須になるた め、計算時間が長大化する傾向があった. この課題に対して,筆者らは現象論的モデルの一つであ るプレイモデル <sup>(0)</sup>に着目した.一般にプレイモデルの導出に は,最大磁東密度が異なる多数の直流ヒステリシスループ の実測データが必要であり,これが実用上の大きなハード ルであったが,筆者らは前述のLLG方程式を用いて直流ヒ ステリシスループを算定することで,必要最小限の実測デ ータからプレイモデルを導出できることを見出した.また, このプレイモデルを組み込んだ磁気回路モデルを導出し, 計算時間を大幅に短縮できることを明らかにした<sup>(0)</sup>.

上述したこれまでの検討によって、従来は困難とされて いた磁気ヒステリシスの高速かつ高精度な解析を、簡便な モデルを用いて比較的容易に行うことが可能になった.し かしながら、これまで本手法の適用が検討されてきたのは、 リングコアといった単純な形状の解析対象のみである.し たがって、今後はモータなどの複雑な形状を有する機器に 対しても、適用範囲を広げることが必要不可欠である.

これに対して筆者らは、解析対象を複数の要素に分割し て各々を磁気抵抗で表し、対象全体を一つの磁気抵抗回路 網として解析する、リラクタンスネットワーク解析 (Reluctance Network Analysis: RNA)を提案している<sup>70</sup>. RNA はモデルが簡便で計算が速く、外部の電気回路や運動 系との連成も容易であるなどの特長を有し、モータをはじ めとした、種々の電気機器の特性算定に適用できる.しか しながら、 RNA では磁気ヒステリシスまで考慮可能な鉄 損の算定手法は、未だ確立されていない.

そこで本稿では、モータなど、より複雑な形状を有する 電気機器に関しても、ヒステリシスまで考慮可能な高精度 な鉄損算定手法を確立することを目的として、RNA にプレ イモデルを組み込む手法について,基礎的な検討を行った ので報告する.

# 2. プレイモデルを組み込んだ磁気回路モデル

プレイモデルは、Fig.1に示すように、幅の異なる複数の プレイヒステロンに形状関数を掛け合わせることで、任意 の形状のヒステリシスループを表現できる.なお、一般に プレイモデルの導出には、最大磁束密度が異なる多数の直 流ヒステリシスの実測データが必要になるが、本手法では 文献1)のLLG 方程式を用いて直流ヒステリシスを算定す るため、必要最小限の実測データからプレイモデルを導出 することができる.

Fig. 2 に, 板厚 0.2 mm の無方向性ケイ素鋼板の直流ヒス テリシスの実測値と, LLG 方程式を用いて計算した結果を 示す. なお,実験においては,周波数f = 5 Hz におけるヒ ステリシスループを直流ヒステリシスループとみなした. この図を見ると,各最大磁束密度の直流ヒステリシスにつ いて,LLG 方程式を用いた計算値は実測値と良好に一致し ていることが了解される.

次いで、Fig.3にLLG 方程式を用いて計算したヒステリ シスループ群を示す. この図のように、LLG 方程式を用い ることで、プレイモデルを導出するために必要な多数のヒ ステリシスループを実測せずに求めることができる

Fig. 4 に, 先に提案したプレイモデルを組み込んだ磁気回 路モデルを示す<sup>の</sup>.本モデルにおいて, 直流ヒステリシスは プレイモデルで表し, 渦電流損失および異常渦電流損失は



Fig. 1 Block diagram of a play model.



**Fig. 2** Measured and calculated dc hysteresis of the non-oriented Si steel with a thickness of 0.2 mm.



Fig. 3 Calculated dc hysteresis loops of the non-oriented Si steel with a thickness of 0.2 mm from  $B_m = 0.04$  T to 1.2 T at intervals of 0.04 T.



Fig. 4 Magnetic circuit model incorporating the play model.

磁気回路の素子で表す.本モデルを用いることで,磁気ヒ ステリシスの高速かつ高精度な解析を比較的容易に行うこ とが可能になる.

## 3. プレイモデルを組み込んだ RNA モデル

#### 3.1 従来の RNA モデル

以下では、従来の RNA モデルの導出方法について、2次 元モデルの場合を例にして述べる<sup>7)</sup>.

まず, Fig. 5 に示すように, 磁心を複数の要素に分割する. このとき磁心からの漏れ磁束も考慮できるように, 磁心外 空間も解析領域に含め分割する.分割した各々の要素は, 同図に示すような 4 つの磁気抵抗に置き換える.これらの 磁気抵抗のうち積層鋼板面内の磁気抵抗は非線形磁気特性 を考慮して決める必要があるため, 次のべき級数で表す.

$$H = \alpha_1 B + \alpha_m B^m \tag{1}$$

式中の $\alpha_1$ ,  $\alpha_m$ は係数である. また, 次数 m は B-H 曲線の 非線形性の強さで決まる.

(1)式より,各磁気抵抗における起磁力 *f*と磁束 φ の関係 は,各要素の平均断面積 *S*と平均磁路長 *l*を用いて,次式で 表すことができる.





$$f = Hl$$
  
=  $\frac{\alpha_1 l}{S} \phi + \frac{\alpha_m l}{S^m} \phi^m$   
=  $\left(\frac{\alpha_1 l}{S} + \frac{\alpha_m l}{S^m} \phi^{m-1}\right) \phi$  (2)

(2)式の括弧内が非線形磁気抵抗を表す.

一方,鋼板に垂直な方向の磁気抵抗は,磁束が鋼板間の 非磁性層を通るため,これを考慮して決める必要がある. 一般に磁気抵抗 *R*<sub>m</sub>は透磁率µを用いて,次式で与えられる.

$$R_m = \frac{l}{\mu S} \tag{3}$$

積層鋼板は,透磁率 $\mu_s$ の鋼板と透磁率 $\mu_0$ の非磁性層が,磁 心の占積率  $d_f$ を用いて,  $d_f$ :  $(1-d_f)$ の比で積層されている. したがって,鋼板に垂直な方向の実効的な透磁率 $\mu$ は,次式 で与えられる.

$$\frac{1}{\mu'} = \frac{d_f}{\mu_s} + \frac{1 - d_f}{\mu_0} \tag{4}$$

ここで,通常,鋼板に垂直な方向に流れる磁束は小さく, 磁気飽和は生じないため,鋼板の透磁率 $\mu_s$ は非磁性層の透 磁率 $\mu_0$ に対して十分大きい.よって,(4)式は次式のように 近似することができる.

$$\frac{1}{\mu'} \cong \frac{1 - d_f}{\mu_0} \tag{5}$$

したがって、鋼板に垂直な方向の磁気抵抗は、次式で与え られる.

$$R_{ml} = \frac{\left(1 - d_f\right)l}{\mu_0 S} \tag{6}$$

また, RNA では磁心外空間を解析対象に含めることで, 磁心からの漏れ磁束も考慮することができる.磁心外空間 の磁気抵抗は,分割要素の寸法と真空の透磁率 $\mu_0$ を用いて, 次式で与える.

$$R_{ma} = \frac{\iota}{\mu_0 S} \tag{7}$$

Fig. 6 に, カットコアの 2 次元 RNA モデルの例を示す. 同図に示すように, 巻線電流による起磁力は, 巻線が施さ れている部分に集中的に配置する.

#### 3.2 プレイモデルを組み込んだ RNA モデル

前章で述べた従来の RNA モデルでは, 冒頭でも述べたように, 磁気ヒステリシスまで考慮した鉄損の算定を行うことはできない. そこで本章では, 第2章で述べたプレイモ

デルを組み込んだ RNA モデルを構築し, 妥当性について検 証する.

Fig. 7 に実測およびシミュレーションに用いたカットコ アの形状と寸法を示す.実験における励磁周波数は 100 Hz, 最大磁東密度は 1.2 T である.また,磁気回路モデルの回路 素子のパラメータ $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ は,材料の高周波鉄損曲線を近似す ることで求めることができ,ここでは $\gamma_1 = 0.0072$ ,  $\gamma_2 = 0.2830$ である.

Fig. 8 に,新たに構築した RNA モデルを示す.従来の RNA モデルでは非線形磁気抵抗は,(2)式に基づき導出され



Fig. 6 An example of two-dimensional RNA model.



**Fig. 7** Shape and dimensions of the cut-core used in the experiment.



Fig. 8 RNA model incorporating the play model.

ていたが、本稿での提案モデルでは、同図に示すように、 第2章で示したプレイモデルと渦電流損失および異常渦電 流損失を表す回路素子で与える.一方、磁心積層方向およ び磁心外空間の磁気抵抗は、従来と同様に、それぞれ(6)、 (7)式で与える.

上記の RNA モデルを用いて, Fig. 9 に示すような PWM 変調された電圧で励磁した際の解析を行った. Fig. 10 に励 磁電流波形の計算値と実測値を示す. また, Fig. 11 にコア 全体のヒステリシスループの計算値と実測値を示す. これ らの図を見ると, PWM 励磁時の複雑な電流波形も精度良く 計算できることがわかる.

また, Fig. 12 は RNA モデルのある要素のヒステリシス ループの計算例である.通常,実動作状態の磁気デバイス



Fig. 9 Exciting voltage waveform.



**Fig. 10** Measured and calculated waveforms of the exciting current.



**Fig. 11** Measured and calculated hysteresis loops of the cut-core.



**Fig. 12** Calculated hysteresis loop in a certain divided element of the RNA model.

の局所的なヒステリシスループを観測,あるいは解析で求 めることは容易ではないが,本提案手法を用いることで, このような鉄心内部の磁気ヒステリシスを描かせることが できる.なお,算定精度については,現時点では評価する 手段が無いため,今後,何らかの方法を用いて,実測値と の比較検討を行う予定である.

#### 4. まとめ

以上,本稿ではモータ等のより複雑な形状を有する電気 機器に関しても、ヒステリシスまで考慮可能な高精度な鉄 損算定手法を確立することを目的として,RNAにプレイモ デルを組み込む手法について,基礎的な検討を行った.

その結果,構築した RNA モデルは, PWM 励磁時の複雑 な電流波形およびヒステリシスループも精度良く計算可能 であることが明らかになった.また,本手法を用いること で,通常は実測や計算が困難な鉄心内部の局所的なヒステ リシスループを描けることを示した.

今後は、上述の局所的なヒステリシスループの算定精度 の検証、並びに本手法を用いて、スイッチトリラクタンス モータや永久磁石モータの磁気ヒステリシスまで考慮した 鉄損算定を行う予定である.

#### References

- A. Furuya, J. Fujisaki, Y. Uehara, K. Shimizu, H. Oshima, Y. Murakami, and N. Takahashi, *The Papers of Joint Technical Meeting* on "Magnetics" IEE Japan, SA-13-6, RM-13-6 (2013) (in Japanese).
- H. Tanaka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, *IEEJ Trans. FM*, 134, 243 (2014) (in Japanese).
- H. Tanaka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, *Journal of the Magnetics Society of Japan*, 39, 65 (2015) (in Japanese).
- H. Tanaka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, *MMM-Intermag 2016*, FJ-08 (2016).
- S. Bobbio, G. Miano, C. Serpico, and C. Visone, *IEEE Trans. Magn.*, 33, 4417 (1997).
- H. Tanaka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, *The Papers of Joint Technical Meeting on "Magnetics" IEE Japan*, MAG-16-141 (2016) (in Japanese).
- O. Ichinokura, K. Tajima, H. Tanaka, and Y. Yoshida, "Jikikairoho niyoru Mota no Kaisekigijutsu", Kagakugijutu shuppan (2016) (in Japanese).

2017年10月6日受理, 2017年12月10日再受理, 2018年1月5日採録