# 湾曲柔軟鋼板の弾性モードを考慮したモデルに対する浮上性能評価

# Evaluation of Levitation Performance of Bending Flexible Steel Plate Considering Elastic Mode

多田誠<sup>a)</sup>・米澤暉<sup>a)</sup>・丸森宏樹<sup>a)</sup>・成田正敬<sup>a)†</sup>・加藤英晃<sup>a)</sup> <sup>a)</sup>東海大学,神奈川県平塚市北金目 4-1-1 (〒259-1292)

M. Tada <sup>a)</sup>, H. Yonezawa <sup>a)</sup>, H. Marumori <sup>a)</sup>, T. Narita <sup>a)</sup>, and H. Kato <sup>a)</sup> <sup>a)</sup> Tokai University, *4-1-1 Kitakaname, Hiratsuka-shi, Kanagawa 259-1292, Japan* 

In the conveyance system of a thin steel plate production line, there is a problem that the quality of the plate surface deteriorates over time because the plate is always in contact with rollers. To solve this problem, electromagnetic levitation technologies have been studied. We propose a levitation of an ultrathin steel plate that is suppressed and levitation performance is improved by doing this. In this study, in order to examine the levitation stability and to compare the levitation performance, bending levitation experiments were carried out using the 1-DOF model and a continuous model using a thin steel plate with thicknesses of 0.18 mm, 0.24 mm, 0.27 mm and 0.30 mm. Result showed that using the continuous model, as opposed to the 1-DOF model, resulted in a constant levitation

Key words: magnetic levitation, vibration control, bending levitation control, optimal control, continuous system

performance regardless of the tilt angle of electromagnets. This demonstrates the benefit of using the continuous

# 1. 緒言

model for a bending electromagnetic levitation system.

現代の産業界において薄鋼板は自動車,電気製品など幅 広く用いられており,高級化などの多岐にわたる需要から 表面の高品質化が要求される.薄鋼板製造ラインでは,主 にローラによる接触搬送が行われているため,これによる 表面品質の劣化は極めて大きな問題である.この問題の解 決方法として磁気浮上技術の応用による非接触搬送に関す る様々な方式が提唱されている<sup>1-4</sup>.

しかし、鋼板は板厚が薄くなるほど、電磁石吸引力が持 つ非線形性や電磁石の発熱による抵抗値変動など微細な不 確定要素の影響により、浮上状態を維持すること自体が困 難となる.加えて磁気浮上システムにおいて 0.3 mm 未満 の極薄鋼板を浮上対象とする場合には限られた電磁石箇所 にて把持するため、鋼板のたわみが大きくなり安定浮上の 実現は困難となる.そこで当研究グループでは鋼板を塑性 変形しない範囲で湾曲させた鋼板を磁気浮上させる方法を 提案し、最適な湾曲度合いで浮上させることで浮上安定性 の向上が可能になることを確認している 5.6. これらの検討 では湾曲による浮上性能の飛躍的向上を示したが、鋼板を 湾曲させることは低次の弾性モードが励起されやすく、予 期せぬ外乱が入力するなどの理由により実用的な条件にお いては浮上安定性が低下する可能性もある.

そこで本論文では実用に向けたさらに高い浮上安定性を 追求するため,湾曲を積極的に発生させることで励起され やすくなる鋼板の弾性1次モードの振動を考慮して5箇所 に設置した浮上用電磁石を制御する連続体モデルを提案し た.この制御モデルに最適制御理論を適用して0.18 mm 鋼 板に加え<sup>7</sup>,今回は0.24 mm,0.27 mm,0.30 mm 鋼板につ いても浮上実験を行う.また1自由度最適制御の結果<sup>5</sup>と 比較し,浮上安定性の向上に関して検討を行った.



Fig. 1 Electromagnetic levitation control system and arrangement of electromagnets.

#### 2. 実験装置

制御システムの概略を Fig. 1 に示す. 浮上対象は長方形 亜鉛めっき鋼板(長さa = 800 mm, 幅b = 600 mm, 厚さ h = 0.18 mm, 0.24 mm, 0.27 mm, 0.30 mm)とする. Fig. 2 のように薄鋼板を 5 か所の電磁石ユニット(No. 1~5) により非接触支持するために, 鋼板の変位を 5 個の渦電流 式非接触変位計により検出し,検出した変位をディジタル 微分により速度に変換する. さらに電磁石コイル電流を測 定用の外部抵抗より検出し,合計 15 個の観測値を入力し制 御則を計算する. なお電磁石ユニットは Fig. 2 に示す通り



Fig. 2 Photograph of electromagnet unit.



Fig. 3 Schematic illustration of experimental apparatus.

であり、2 つの電磁石と1 つの渦電流式非接触変位センサから構成されている.電磁石はE型フェライトコアに直径0.5 mmのエナメル線を1005回巻いたものである.この電磁石の電気回路は直列結合されており、変位センサを中央に挟むように配置してある.

Fig. 1 の電磁石ユニットの設置位置のように、5 個の電磁石ユニットのうち周囲のNo. 1~4はFig. 3の正面図のように傾けることが出来る機構になっている. Fig. 4 に各電磁石ユニット傾斜角 $\theta$ に対する鋼板の浮上の様子を示す. $\theta$ を変更しても電磁石表面と鋼板表面との距離が5 mmを保つように制御を行い、鋼板に対し吸引力の作用する位置が一定になるよう、No. 1~4 は鋼板の自然なたわみ形状をもとに水平方向位置を調整する.また薄鋼板の湾曲度合いに合わせてNo.5 は上下方向に移動させる.

さらに鋼板を x 軸方向から見た 1 次元のはりとしてモデ ル化し, No. 1~No. 4 のみで鋼板を支持した際の支持点に おけるたわみ角を自然たわみ角 θ<sub>na</sub>と定義し, 次式で表す.

$$\theta_{na} = \frac{\rho g l}{2Eh^2} \left( l^2 - 6d^2 \right) \tag{1}$$

ここで, *h*: 板厚 [m], *ρ*: 鋼板の密度 [kg/m<sup>3</sup>], *g*: 重力加 速度 [m/s<sup>2</sup>], *l*: *x*軸に見た電磁石ユニット No. 1 と No. 3, あるいは No. 2 と No. 4 の距離 [m], *d*: *x*軸に見た電磁 石ユニット No. 1 あるいは No. 2, No. 3, No. 4 から鋼板 端部までの距離 [m], *E*: 鋼板のヤング率 [N/m<sup>2</sup>]である.



Fig. 4 Relationship between tilt angle of electromagnet  $\theta$  and shape of steel plate.

式(1)より Fig. 1 のように電磁石を設置した場合に,本論文 で使用する鋼板の自然たわみ角はそれぞれ h=0.18 mm で  $\theta_{na} = 19.2^{\circ}, h=0.24$  mm で $\theta_{na} = 10.8^{\circ}, h=0.27$  mm で  $\theta_{na} = 8.5^{\circ}, h=0.30$  mm で $\theta_{na} = 6.9^{\circ}$ である.

#### 3. 制御対象のモデル化

#### 3.1 1自由度モデル

本節では鋼板のモデル化として各電磁石ユニットの変位, 速度,電磁石コイルの電流値をその電磁石ユニットに対し てのみフィードバック制御する1自由度モデルのモデル化 について述べる.

電磁石ユニットからの静的吸引力によって鋼板を支持す れば一定の距離に保たれる平衡状態 Zが存在する.そこか らの鉛直方向の変位を  $z_n$ とすると,運動方程式は以下のよ うになる.なお $m_n$ は鋼板を仮想的に5分割した質量 [kg],  $f_n$ は電磁石 1 個あたりの吸引力の変動値 [N]であり、添え 字 nは電磁石ユニットの No. 1~5 を示す (n=1~5).

$$m_n \ddot{z}_n = 2f_n \tag{2}$$

線形化近似を行った電磁石の吸引力および電磁石コイル に流れる電流に関する方程式は以下のようになる. なお鋼 板は $\theta = 0^{\circ}$ にてモデル化を行い,他の角度でもこのモデル を使用した.

$$f_n = \frac{F_n}{Z_0} z_n + \frac{F_n}{I_n} i_n \tag{3}$$

$$\frac{d}{dt}i_{n} = -\frac{L_{eff}I_{n}}{L_{n}Z_{0}^{2}}\frac{d}{dt}z_{n} - \frac{R_{n}}{2L_{n}}i_{n} + \frac{1}{2L_{n}}v_{n}$$
(4)

ここで  $F_n$ : 各電磁石ユニットから発生する定常的な吸引力 [N],  $I_n$ : 平衡状態における定常電流 [A],  $i_n$ :  $I_n$  からの変 動値 [A],  $L_n$ : 平衡状態における電磁石コイル 1 個あたり のインダクタンス [H],  $R_n$ :電磁石ユニットの抵抗値 [ $\Omega$ ],  $v_n$ : 電磁石コイルの定常電圧からの変動値 [V]である.



Fig. 5 Mode shape of the levitated steel plate.

また平衡浮上状態における電磁石1個当たりのコイルの インダクタンス L<sub>n</sub> [H] はギャップ長に反比例する成分と 定数成分の和で表せるものと仮定して以下のように表す.

$$L_n = \frac{L_{eff}}{Z_0} + L_{lea} \tag{5}$$

ここで *L<sub>eff</sub>/Z<sub>0</sub>*: 電磁石 1 個あたりの鋼板へ有効に作用する インダクタンス[H], *L<sub>lea</sub>*: 電磁石 1 個あたりの漏れ磁束[H] である.

状態変数として鋼板の変位 *z<sub>n</sub>*,速度*z<sub>n</sub>*および電流 *i<sub>n</sub>*を採 用し,式(2)~(5)を整理して以下のような状態方程式を得る.

$$\dot{\boldsymbol{z}}_n = \boldsymbol{A}_n \boldsymbol{z}_n + \boldsymbol{B}_n \boldsymbol{v}_n \tag{6}$$

$$\begin{array}{c} \overleftarrow{} \mathcal{L} \overleftarrow{} \mathcal{L}, \quad \mathbf{Z}_{n} = \begin{bmatrix} z_{n} & \dot{z}_{n} & i_{n} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} ,\\ A_{n} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2F_{n}}{m_{n}Z_{0}} & 0 & \frac{2F_{n}}{m_{n}I_{n}} \\ 0 & -\frac{L_{eff}I_{n}}{L_{n}Z_{0}^{2}} & -\frac{R_{n}}{2L_{n}} \end{bmatrix},\\ B_{n} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2L_{n}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \end{array}$$

### 3.2 連続体モデル

鋼板のモデリングとして弾性振動を考慮した平板の方程 式に基づく連続体モデルを用いる.この場合前節の1自由 度モデルと異なり,全ての検出値を各電磁石へ制御入力に 対してフィードバックすることで統合的な制御を行うこと ができる.電磁石からの吸引力によって鋼板を鉛直方向に 支持すれば重力とのつり合いにより鋼板と電磁石表面の距 離が一定の距離に保たれる平衡状態が存在する.そこから の鉛直方向変位 z(x, y, t)に関する運動方程式は以下のよう になる.

$$\rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} z + \frac{Ch^3}{12} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^4 z + D \nabla^4 z$$
  
=  $\sum_{n=1}^5 f_n(t) \{ \delta(x - x_{aln}) \delta(y - y_{aln}) + \delta(x - x_{a2n}) \delta(y - y_{a2n}) \}$  (7)

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \tag{8}$$

ここで,  $D = Eh^3/12(1-v^2)$ :鋼板の曲げ剛性, E:鋼板の 縦弾性係数  $[N/m^2]$ , C:鋼板の内部減衰定数  $[Ns/m^2]$ , h: 鋼板の厚さ [m], v: ポアソン比,  $\rho$ :鋼板の密度  $[kg/m^3]$ ,  $f_n(t)$ : ペアの電磁石のうち 1 つあたりの電磁石吸引力の変 動値 [N], t: 時間 [s], z(x, y): 鋼板の平衡浮上位置からの 鉛直方向変位 [m], x: 鋼板の長手方向の座標 [m],  $x_{a1n}$ ,  $x_{a2n}$ : ペアの電磁石の x方向の位置 [m], y: 鋼板の幅方向 の座標 [m],  $y_{a1n}$ ,  $y_{a2n}$ : ペアの電磁石の y方向の位置 [m],  $\delta($ ): ディラックのデルタ関数 [1/m], である.

電磁石吸引力方程式および電磁石回路方程式は1自由度 モデルの場合と同様にして導出する.連続体モデルにおけ る平衡点近傍での電磁石吸引力方程式,電磁石回路方程式 は以下のように示される.

$$f_n = \frac{F_n}{Z_0} z(x_{sn}, y_{sn}) + \frac{F_n}{I_n} i_n$$
(9)

$$\dot{i}_{n} = -\frac{L_{eff}I_{n}}{L_{n}Z_{0}^{2}}\dot{z}(x_{sn}, y_{sn}) - \frac{R_{n}}{2L_{n}}i_{n} + \frac{1}{2L_{n}}v_{n}$$
(10)

ここで x<sub>sn</sub>, y<sub>sn</sub>: センサの位置 [m]である.

薄鋼板の平衡浮上位置からの変位 zは、固有関数 $\phi_i(x, y)$ と基準座標  $W_i(d)$  ( $i = 1 \sim M$ )を用いてモード展開する.また、鋼板の固有関数は x 方向、y 方向にそれぞれ独立な両端自由梁の固有関数の積  $X_{mm}(x) \cdot Y_{mn}(y)$  (mm, nn =1, 2, ...)で表すことができると仮定する.ただし、浮上対象は y軸方向に湾曲浮上させることから x軸方向の弾性振動はほとんど発生しないとし、y軸方向の弾性振動のみを考慮してモード展開を行う.以下にモード展開式を示す.

$$z(x, y) = \sum_{i=1}^{M} \phi_i(x, y) W_i(t)$$
(11)  
$$\phi_i(x, y) = X_{mn}(x) \cdot Y_{nn}(y) \quad (mm, nn = 1, 2, \cdots)$$

$$X_{1}(x) = 1, \quad X_{2}(x) = \frac{\sqrt{3}}{a}(2x-a)$$

$$Y_{1}(y) = 1, \quad Y_{2}(y) = \frac{\sqrt{3}}{b}(2y-b)$$

$$Y_{nn}(y) = \cos\frac{\lambda_{ynn}}{b}y + \cosh\frac{\lambda_{ynn}}{b}y$$

$$+ \frac{\sin\lambda_{ynn} + \sinh\lambda_{ynn}}{\cos\lambda_{ynn} - \cosh\lambda_{ynn}}(\sin\frac{\lambda_{ynn}}{b}y + \sinh\frac{\lambda_{ynn}}{b}y)$$

ここで *a*: *x* 軸方向の鋼板の長さ, *b*: *y* 軸方向の鋼板の長 さである.

また y 軸方向の鋼板の弾性振動モードの固有値 Aynn は式 (12), 固有振動数 fynn は式(13)より得られる.

$$\cosh \lambda_{ynn} \cdot \cos \lambda_{ynn} = 1$$
 (*nn* = 3, 4, · · ·) (12)

$$f_{ynn} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\lambda_{ynn}}{b}\right)^2 \sqrt{\frac{D}{\rho h}}$$
(13)

連続体モデルでは各モードの変位振幅に相当する基準座標  $W_k(\vartheta (k=1\sim5)$ とその時間微分値,および各電磁石コイル 電流の定常力の変動分を状態変数として選択する. 観測値 は各電磁石位置での鋼板変位,速度および電磁石コイル電 流である. 連続体モデルの状態方程式,観測方程式は次式 の通りである. なお式中の $A_m$ ,  $B_m$ ,  $C_m$ の各行列は非常に 冗長であるため,紙面の都合上割愛する<sup>8</sup>.

$$\dot{W}_{\rm m} = A_{\rm m} z_{\rm m} + B_{\rm m} v_{\rm m} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{z}_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{m}} \boldsymbol{W}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}$$
(15)

 $W_{\rm m} = [W_1 \cdots W_5 \quad \dot{W}_1 \cdots \dot{W}_5 \quad i_1 \cdots i_5]^{\rm T}$  $v_{\rm m} = [v_1 \cdots v_5]^{\rm T}$  $z_{\rm m} = [z_1 \cdots z_5 \quad \dot{z}_1 \cdots \dot{z}_5 \quad i_1 \cdots i_5]^{\rm T}$ 

#### 4. 制御理論

制御系を離散時間系で構成するため,離散時間系の最適 制御理論に基づいて最適制御則を求める. Tsをサンプリン グ時間とした離散時間系の状態方程式は次のように表され る.

$$\boldsymbol{z}(i+1) = \boldsymbol{\varPhi}\boldsymbol{z}(i) + \boldsymbol{\varGamma}\boldsymbol{v}(i)$$
(16)  
$$\boldsymbol{\varPhi} = \exp(\boldsymbol{A} T_s)$$
  
$$\boldsymbol{\varGamma} = \int_0^{T_s} \left[ \exp(\boldsymbol{A} \tau) \right] d\tau \boldsymbol{B}$$

# 1 自由度モデルの場合: **A=A**n, **B=B**n, **z=z**n, **v=**Vn 連続体モデルの場合: **A=A**m, **B=B**m, **z=z**m, **v=V**m

ここで離散時間系の評価関数は次のように表される.

$$\boldsymbol{J}_{d} = \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \boldsymbol{z}(i)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{d} \boldsymbol{z} (i) + \boldsymbol{v} (i)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{r}_{d} \boldsymbol{v} (i) \right]$$
(17)

1自由度モデルの場合

$$\boldsymbol{\varrho}_{d} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{\varrho}_{1} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\varrho}_{2} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{\varrho}_{3} \end{vmatrix}$$
(18)

連続体モデルの場合

$$\boldsymbol{\varrho}_{d} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varrho}_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\varrho}_{d2} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{\varrho}_{d3} \end{bmatrix}$$
(19)  
$$\boldsymbol{\varrho}_{d1} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{q}_{1} \cdots \boldsymbol{q}_{5})$$
$$\boldsymbol{\varrho}_{d2} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{q}_{1} \cdots \boldsymbol{q}_{5})$$
$$\boldsymbol{\varrho}_{d3} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{q}_{1} \cdots \boldsymbol{q}_{5})$$

ただし  $Q_d$ :変位,速度および電磁石コイル電流に関する重 み係数を要素とする行列, $r_d$ :制御入力に関する重み係数 である.式(17)を最小にする離散時間系最適制御則は次の 離散時間系 Riccati 型代数方程式において正定対称解Mを 求めることで得られる.

Table 1Symbols and values.

Symbols	mbols Values		
$Z_0$	5.00×10 <sup>-3</sup> m		
$R_1 \sim R_5$	$21.0 \ \Omega$		
ρ	$7.50 \times 10^3  kg/m^3$		
E	206 GPa		
V	0.30		
$L_{eff}$	$2.55 \times 10^{-4} \mathrm{Hm}$		
$L_{lea}$	$9.00 \times 10^{-2} \mathrm{H}$		
$T_s$	$1.00 \times 10^{-3} \mathrm{s}$		

**Table 2**Position of sensors and electromagnets.

Unit	Sensor		Electromagnet 1		Electromagnet 2	
No. n	Xsn [mm]	$y_{sn}$ [mm]	X <sub>aIn</sub> [mm]	<i>Ya1n</i> [mm]	$X_{a2n}$ [mm]	<i>Y<sub>a2n</sub></i> [mm]
1	155	85	115	85	195	85
2	645	85	605	85	685	85
3	155	515	115	515	195	515
4	645	515	605	515	685	515
5	400	300	360	300	440	300

$$-\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Gamma}\left(\boldsymbol{r}_{d}+\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Gamma}\right)^{-1}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Phi}$$
(20)

$$\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{z} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{F}_{d} = \left(\boldsymbol{r}_{d} + \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Gamma}\right)^{-1}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Phi}$$
(22)

本研究では離散時間系 Riccati 型代数方程式の解を求める 際, MATLAB - toolbox の lqrd を使用した.

### 5. 湾曲浮上実験

### 5.1 実験条件

本研究では1自由度モデルと連続体モデルの両制御モデ ルを適用し浮上実験を行い,電磁石の傾斜角 θによる浮上 性能について検討した.なお浮上性能に関して,鋼板を浮 上させた際の変位標準偏差および浮上確率の測定を行った. 変位標準偏差は各条件に対して10回ずつ測定し,それらの 結果の平均値を実験値とした.その際,過度状態の影響を 除くため浮上開始後約10秒後に測定を行った.なおサンプ リング周波数は1000 Hz,データ長は5秒間である.また 浮上確率は各条件に対して50回浮上実験を行い,30秒以 上浮上する場合を浮上成功として百分率で表した.なお30 秒間浮上した場合は鋼板搬送ラインなどにて実用上問題と ならない10分以上浮上継続が可能であることを予備実験 により確認している.

本検討における各パラメータ値を Table 1,2 に示す.また1 自由度モデル (式(18)) における重み行列を Table 3 に示す.さらに連続体モデルにおける重み行列 (式(19)) を Table 4 に示す.両制御の重み係数は板厚ごとに試行錯誤的に探索し、 $\theta=0^{\circ}$ において、1 自由度モデルと連続体モデルの変位標準偏差が等しくなるものを採用した.なお $\theta=$ 

<i>h</i> [mm]	Weighting coefficients
0.18	$Q_{d} = diag(7.2 \times 10^{4}, 1.0 \times 10^{-1}, 2.0 \times 10^{0})$ $r_{d} = 5.0 \times 10^{-3}$
0.24	$m{Q}_{0} =  ext{diag}(1.5  imes 10^{5}, 5.0  imes 10^{-2}, 1.0  imes 10^{2}) \ r_{0} = 1.0  imes 10^{-1}$
0.27	$m{Q}_{ m d} = { m diag}(1.5  imes 10^5, 5.0  imes 10^{-2}, 5.5  imes 10^1) \ r_{ m d} = 1.0  imes 10^{-1}$
0.30	$m{Q}_{ m d} = { m diag}(1.4  imes 10^5, 1.0  imes 10^{-1}, 2.0  imes 10^0) \ r_{ m d} = 1.5  imes 10^{-1}$

 Table 3
 Weighting coefficients for 1-DOF model.

Weighting coefficients for continuous model. Table 4

<i>h</i> [mm]	Weighting coefficients
0.18	$ \begin{array}{l} {\pmb {\cal G}}_{\rm d1} {=} {\rm diag}(1.4 \times 10^5,  1.4 \times 10^5,  1.4 \times 10^5,  1.4 \times 10^5,  1.4 \times 10^5) \\ {\pmb {\cal G}}_{\rm d2} {=} {\rm diag}(1.0 \times 10^{-1},  1.0 \times 10^{-1},  1.0 \times 10^{-1},  1.0 \times 10^{-1},  1.0 \times 10^{-1}) \\ {\pmb {\cal G}}_{\rm d3} {=} {\rm diag}(2.0 \times 10^0,  2.0 \times 10^0,  2.0 \times 10^0,  2.0 \times 10^0) \\ {\pmb {\cal T}}_{\rm d} {=} 3.0 \times 10^{-3} \end{array} $
0.24	$\begin{array}{l} {\pmb Q}_{\rm d1} = {\rm diag}(1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2) \\ {\pmb Q}_{\rm d2} = {\rm diag}(1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3) \\ {\pmb Q}_{\rm d3} = {\rm diag}(1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1) \\ {\pmb r}_{\rm d} = 1.3 \times 10^{-2} \end{array}$
0.27	$ \begin{array}{l} {\pmb Q}_{\rm d1} = {\rm diag}(1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2) \\ {\pmb Q}_{\rm d2} = {\rm diag}(1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3) \\ {\pmb Q}_{\rm d3} = {\rm diag}(1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1) \\ r_{\rm d} = 3.8 \times 10^{-2} \end{array} $
0.30	$\begin{array}{l} {\pmb {\cal G}}_{\rm d1} {=} {\rm diag}(1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2,  1.0 \times 10^2) \\ {\pmb {\cal G}}_{\rm d2} {=} {\rm diag}(1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3,  1.0 \times 10^3) \\ {\pmb {\cal G}}_{\rm d3} {=} {\rm diag}(1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1) \\ {\pmb {\cal R}}_{\rm d3} {=} {\rm diag}(1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1,  1.0 \times 10^1) \\ {\pmb {\cal R}}_{\rm d2} {=} 2.0 \times 10^{-1} \end{array}$

0°のとき、全ての板厚においてどちらの制御手法を適用し た場合でもセンサ No. 1の標準偏差が 4.0×10<sup>-2</sup> m±10%の範 囲内に収まるように各制御系の値を決定した(後掲 Fig. 8 を参照).

#### 5.2 実験結果

Fig. 6 に h=0.18 mm, θ=0°の各制御モデルにおける変 位の時刻歴とスペクトルを示す. 同図時刻歴の図中に変位 の標準偏差をSTDとして記載した.同図(a)1自由度モデル と(b)連続体モデルの結果を比較すると、標準偏差は同等と なった. またスペクトルも両モデルともに 0~100 Hz まで の全域に渡って複数のピークが存在する傾向となった.

Fig. 7 に θ=15°の結果を同様に示す. 同図時刻歴を比較 すると連続体モデルを適用することで、振動を抑制するこ とができた.スペクトルを比較すると一部の周波数で増加 がみられるものの、連続体モデルではほぼすべての周波数 帯域において振幅を抑制できた. これは傾斜角が小さい範 囲では x 軸方向と y 軸方向それぞれの高次まで含めた振動 モードが存在していたのに対し, 鋼板を湾曲させることで y軸方向の弾性1次モードの振動が支配的になる.この弾 性振動を考慮した連続体モデルを適用することで効果的に 制振できたと考えられる.

Fig. 8に両モデルを用いた各板厚の鋼板における電磁石 の傾斜角 θに対する変位標準偏差および浮上確率を示す. 同図(a) h=0.18 mm の場合に着目すると、1 自由度モデル



Continuous model

Fig. 6 Time histories of displacement and amplitude spectrums ( $\theta = 0^{\circ}$ , h = 0.18mm).



Fig. 7 Time histories of displacement and amplitude spectrums ( $\theta = 15^{\circ}$ , h = 0.18mm).

では傾斜角 θが 0°から 5°に湾曲させた際に変位標準偏差が 増加した. さらに湾曲させると標準偏差が低下し、 $\theta=15^{\circ}$ で 0°の場合よりも標準偏差が低下した. それ以上湾曲させ ると標準偏差は増加し、25°で浮上できなくなった.鋼板を 湾曲させた際には、自然たわみ角  $\theta_{na}$  に近づくに従って鋼 板各部のたわみが抑制されて浮上安定性が向上する一方, 復元力が増加して振動が励起されやすくなり浮上安定性が 劣化する.この湾曲によるたわみ抑制と復元力増加の影響 により自然たわみ角  $\theta_{na}$ よりも小さい  $\theta = 15^{\circ}$ で最も高い 浮上安定性が得られたと考えられる.連続体モデルも1自 由度モデルの結果と同様の傾向を示したが、すべての傾斜 角にて変位標準偏差が低減できた.また浮上確率は1自由 度モデルでは $\theta$ =15°で100%となったが、連続体モデル適 用時には全体的に浮上確率が上昇し、中でも  $\theta = 5^{\circ}$ から 15°の範囲において100%となっている.



Fig. 8 Standard deviation of displacement and levitation probability on different control theory.

同図(a)~(d)より板厚が厚くなるに従って鋼板の剛性が 高まり浮上可能な傾斜角範囲が狭くなっているが,連続体 モデルを適用することでほぼすべての実験条件において 1 自由度モデルと比較して浮上安定性が向上した.特に板厚 の薄い鋼板において連続体モデルを適用することによって 良好な結果が得られた.これは薄い鋼板ほど y 軸方向の弾 性 1 次モードの振動が支配的になったことで大きく湾曲さ せることができ,湾曲による弾性振動を考慮した連続体モ デルによって効果的に制振できたためと考えられる.以上 の結果から連続体モデルでは薄くより浮上の困難となる鋼 板ほど効果があると言える.

# 6. 結言

本論文では極薄鋼板の安定浮上を実現する目的から鋼板 の弾性振動を考慮した湾曲浮上制御モデルを用い,制振性 能と浮上性能の向上を実験的に検証した.連続体モデルを 適用し著者らが過去の検討で用いてきた1自由度モデルと 浮上性能の比較検討を行った結果,連続体モデルを適用す ることで考慮する振動モードが支配的になる傾斜角の範囲 においてさらに振動が抑制でき,高い浮上安定性を得るこ とができた.

#### References

- S. Matsumoto, Y. Arai and T. Nakagawa: *IEEE Trans. Magn.*, 50, 11 (2014).
- M. Morishita, M. Akashi: Workshop of The Institute of Electrical Engineers of Japan (in Japanese), LD-98-36 (1998).
- T. Namekawa and D. Mizutani: *Linear Drive Workshop of The Institute of Electrical Engineers of Japan* (in Japanese), LD-04, 84-96 (1992).
- T. Nakagawa: Trans. of The Institute of Electrical Engineers of Japan (in Japanese), 110, 6 (1990).
- H. Marumori, H. Yonezawa, T. Narita, H. Kato and Y. Oshinoya: *Trans. of Japan Society of Mechanical Engineers* (in Japanese), 81, 823 (2015).
- H. Kato, H. Marumori, H. Yonezawa and T. Narita: Trans. of ASME Journal of Vibration and Acoustics, 138, VIB-15-1159 (2016).
- H. Marumori, H. Yonezawa, T. Narita, S. Hasegawa and Y. Oshinoya: *The 20<sup>th</sup> Inetrnational Conference on Electrical Engineering*, (2014).
- Y. Oshinoya and T. Obata: JSME int. jour., Ser. C, 45, 60-69, (2002).

2016年10月26日受理, 2016年12月6日再受理, 2017年3月4日採録